

## 🎭 Brevet Clermont-Ferrand septembre 1980 🎭

### Algèbre

On considère les applications  $f$  et  $g$ , de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ , définies par

$$f(x) = (x-1)(x-3) \quad \text{et} \quad g(x) = (2x+3)^2(x+4)^2.$$

- Écrire  $f(x)$  sous une forme développée, réduite et ordonnée.
  - Écrire  $g(x)$  sous la forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.
- Calculer  $f(3)$ ,  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ,  $g(0)$  et  $g\left(-\frac{7}{3}\right)$ .
- Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .  
En déduire que  $f$  n'est pas une bijection de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .
- Montrer que, pour tout réel  $x$ ,

$$f(x) + 1 = (x-2)^2.$$

Utiliser ce résultat pour résoudre les équations :

$$f(x) = -1 \quad \text{et} \quad f(x) = 8.$$

- Expliquer pourquoi l'inéquation  $f(x) < -1$  n'a pas de solutions dans  $\mathbb{R}$ .

### Géométrie

L'unité de longueur choisie dans le plan est le centimètre.

- Construire un carré (A, B, C, D) de centre O dont les diagonales [AC] et [BD] mesurent 8cm.
  - Construire à la règle et au compas la médiatrice du segment [AO] ; on la notera  $\Delta$ .  
 $\Delta$  coupe le cercle circonscrit au carré en deux points E et F (E est situé sur l'arc  $\widehat{AB}$ ).  
 $\Delta$  coupe le segment [AO] en H.
- Quelle est la nature du triangle (A, E, O) ?
  - Quelle est la nature du triangle (A, E, C) ?
  - Quelle est la nature du triangle (A, E, F) ?
- Quelle est la nature du quadruplet (A, E, O, F) ?
  - Démontrer que

$$d(E,C) = 4\sqrt{3}, \quad d(E,H) = 2\sqrt{3}.$$

- En déduire la nature du triangle (C, E, F).
- On considère le repère  $(O, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OA})$ .  
Quelles sont, dans ce repère, les coordonnées des points A, B, C, H et E ?  
Déterminer une équation de la droite (EC).