

🌀 Brevet Clermont-Ferrand juin 1984 🌀

Algèbre

Exercice 1

Soit l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par :

$$f(x) = (3x - 1)^2 - 5(2 - x)(3x - 1) + 9x^2 - 1$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit.
3. Calculer $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f(\sqrt{2})$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} :
 - a. $f(x) = 0$;
 - b. $f(x) = 10$.

Exercice 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y + 8 = 0 \\ 3x - y - 8 = 0 \end{cases}$$

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tracer les droites :
 D d'équation : $2x - y + 8 = 0$ et D' d'équation : $3x - y - 8 = 0$.
Vérifier graphiquement les résultats de la question précédente (On choisira sur chacun des axes le quart d'un centimètre pour unité).
3. a. Xavier dit à son père : « Dans huit ans j'aurai la moitié de ton âge ».
Son père lui répond : « Il y a quatre ans j'avais trois fois ton âge ».
Traduire les données précédentes par un système de deux équations.
b. En déduire les âges respectifs de Xavier et de son père.

Géométrie

L'unité de longueur adoptée est le centimètre. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points :

$$A(-1 ; -2), \quad B(5 ; 1) \quad \text{et} \quad C(-3 ; 2).$$

(Faire une figure soignée).

1. Montrer que le triangle (A,B,C) est rectangle en A.
2. I étant le milieu du segment [BC], calculer les coordonnées du point I.
3. Quelles sont les coordonnées du point D tel que (A, C, D, B) soit un parallélogramme?
4. Montrer que I est le centre d'un cercle passant par A, B, C et D.
Calculer le rayon de ce cercle.