Brevet Clermont–Ferrand juin 1997

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

On considère les nombres :

$$A = \frac{11}{7} - \frac{9}{7} \times \frac{5}{3}; \qquad B = \sqrt{20} - \sqrt{125} + 2\sqrt{245}.$$

On détaillera les étapes des calculs et on écrira :

1. A sous la forme d'une fraction la plus simple possible.
2. B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers avec b entier positif le plus petit possible.

Exercice 2

Dans deux classes de troisième de 24 élèves chacune, on demande aux collégiens combien de temps ils passent dans l'autobus pour se rendre au collège (tous prennent l'autobus).

1. Sachant que tous les élèves ont répondu, reproduire et compléter le tableau ci-dessous présentant les résultats de cette enquête :

Temps t en min	$0 \leqslant 15$	$15 \leqslant 30$	$30 \leqslant 45$	$t \geqslant 45$
Effectif	6	24		3

2. Quel est l'effectif d'élèves passant au moins 30 minutes dans l'autobus pour se rendre au collège ?
3. En déduire le pourcentage d'élèves passant au moins une demi-heure dans l'autobus pour se rendre au collège.

Exercice 3

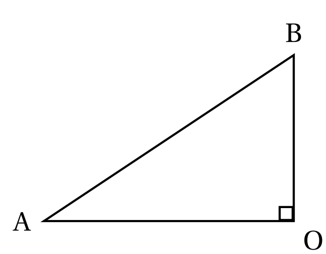
On considère l'expression : $E = (2x+5)^2 - (2x+5)(x-3)$.

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser E.
3. Résoudre l'équation : $(2x+5)(x+8) = 0$.

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

On considère un triangle OAB rectangle en O.

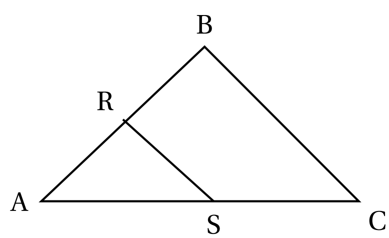


Construire sur la figure ci-dessus :

1. Le point C de [OA] tel que OC = OB.
2. Au crayon, la figure symétrique du triangle ABC par rapport à l'axe (OB).
3. En rouge, la figure symétrique du triangle ABC par rapport au point O.
4. À l'encre, l'image du triangle ABC par la rotation de centre O qui amène B en C.

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.
On donne un triangle ABC. Le point R appartient au segment [AB], le point S au segment [AC] et on a :
AB = 20 ; BC = 21 ; RB = 12 ; AS = 11,6 ; AC = 29.
Ne pas refaire la figure.



1. Montrer que les droites (RS) et (BC) sont parallèles.
2. Les droites (RS) et (AB) sont-elles perpendiculaires ? Justifier la réponse.

PROBLÈME

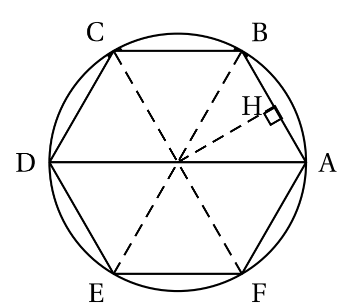
Dans ce problème, on veut calculer les aires d'un carré , d'un hexagone régulier et d'un décagone (polygone de dix côtés) régulier de même périmètre (120 m).
Les trois parties du problème sont indépendantes
Toutes les longueurs qui interviennent sont exprimées en mètres et les aires en mètres carrés. On ne refera pas les figures.

Partie A : étude du carré

Calculer le côté puis l'aire d'un carré de 120 m de périmètre.

Partie B : étude de l'hexagone régulier

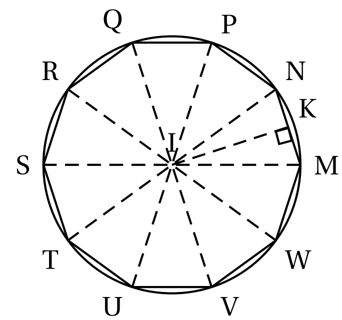
La figure ci-contre représente un hexagone régulier ABCDEF de 120 m de périmètre. Il est inscrit dans un cercle de centre O ; il est constitué de six triangles équilatéraux. Le segment [CH] est une hauteur du triangle équilatéral OAB.



1. Calculer la longueur AB du côté de l'hexagone régulier.
2. En déduire AH puis la valeur exacte de OH. (On justifiera chaque réponse.)
3. Calculer la valeur exacte de l'aire du triangle OAB.
4. Calculer la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10 m2 près de l'aire de l'hexagone régulier de 120 m de périmètre.

Partie C : étude du décagone régulier

La figure ci-contre représente un décagone régulier MNPQRSTUVW de 120 m de périmètre.
Ce décagone est inscrit dans un cercle de centre I.
Le segment [IK] est une hauteur du triangle isocèle IMN.



1. Calculer la longueur MN du côté du décagone régulier.
2. Calculer l'angle $\widehat{\text{MIN}}$, puis l'angle $\widehat{\text{IMN}}$.
3. Montrer que la valeur arrondie au centimètre près de IK est 18,47 mètres.
4. En utilisant la valeur approchée de IK donnée en 3., calculer :
   — l'aire du triangle MIN ;
   — l'aire du décagone régulier ; donner la valeur arrondie à 10 m^2 près de ce dernier résultat.