

🌀 Brevet Corse juin 1979 🌀

Algèbre

Partie A

On considère la fonction polynôme :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, \\ x &\mapsto f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 2x(2x - 1) + (18x^3 - 9x^2). \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.
2. Dédire du résultat précédent les solutions, dans \mathbb{R} , de l'équation

$$f(x) = 0.$$

Partie B

On considère les fonctions polynômes :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) = x^2 + 3x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f': \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f'(x) = 2x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'': \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f''(x) = 2 \end{aligned}$$

1. Montrer que pour tous réels x et h

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x).$$

2. Utiliser le résultat précédent pour trouver une valeur approchée par défaut de $f(2,001)$ à 10^{-5} près.
3. **a.** Vérifier que pour tout réel x .

$$[f'(x)]^2 - 4[f(x)] = 5.$$

- b.** Dédire de ce résultat les solutions, dans \mathbb{R} , de l'équation

$$f(x) = 0.$$

N. B. - Dire que a est une valeur approchée de $f(2,001)$ à 10^{-5} près par défaut signifie :

$$a \leq f(2,001) < a + 10^{-5}.$$

(Les parties A et B sont indépendantes)

Géométrie

1. Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé.

a. Placer les points

$$A(0; 5), \quad B(3; 4), \quad C(-1; 9), \quad D(17; 3) \quad \text{et} \quad I(3; 9).$$

b. Tracer la droite (d) dont une équation est

$$y = 3x - 18.$$

2. a. Calculer OA, AI, IB et OB.

b. Nature du quadruplet (O, A, I, B).

3. a. Donner une équation de la droite (OI).

b. Que peut-on dire des droites (d) et (OI) ?

4. a. Montrer que (AB) et (CD) sont parallèles.

b. Montrer que le milieu du bipoint (C, D) appartient à la droite (d) .

5. a. Quelle est la médiatrice du bipoint (A, B) ?

b. Quelle est la médiatrice du bipoint (C, D) ?

c. Peut-on faire passer un cercle par les quatre points A, B, C et D ?