

🌀 Brevet Corse juin 1980 🌀

Algèbre

On donne les deux fonctions polynômes f et g telle que

$$f(x) = (x+3)^2 - (x+2)^2 + (2x+5)(2x+3), \quad g(x) = (4x^2 - 1) + 4(2x - 1).$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Quel est son ensemble de définition?

Simplifier l'écriture de $h(x)$.

Calculer $h(\sqrt{3})$.

On donnera le résultat sous forme d'un rapport ayant pour dénominateur un nombre entier.

3. Résoudre chacune des équations

$$h(x) = 0, \quad h(x) = \frac{3}{2}, \quad h(x) = 1.$$

4. Représenter graphiquement, dans un plan muni d'un repère, les fonctions u et v définies sur \mathbb{R} par $u(x) = 2x + 4$ et $v(x) = 2x - 1$.
Interpréter sur le graphique la résolution de l'équation $h(x) = 1$.

Géométrie

1. Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) placer les points $M(3; 2)$ et $N(4; 4)$.
2. Donner une équation de la droite (MN).
3. La droite (MN) coupe l'axe des abscisses au point A et l'axe des ordonnées au point B. Calculer les coordonnées de A et B.
4. Soit P le point de coordonnées $(x; 0)$.
Déterminer x pour que les vecteurs \overrightarrow{AN} et \overrightarrow{PN} soient orthogonaux,
5. x ayant la valeur trouvée à la question précédente :
 - a. Montrer que le triangle (B, N, P) est rectangle et isocèle.
 - b. Donner la valeur de la tangente de l'écart angulaire de l'angle l'œil ainsi que la valeur de cet écart en degré.
 - c. Calculer la distance BP.