Brevet Corse septembre 1987

Première partie

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

$$a = \frac{3}{4} - \frac{4}{3} + \frac{5}{6} \qquad b = \frac{25}{12} \times 2,4$$
$$c = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) : \left(-\frac{7}{15}\right) \qquad d = \sqrt{25-9}$$

Exercice 2

Soit $A = \dfrac{2}{-3+\sqrt{5}}\sqrt{5}+1$.

1. Montrer que $A = 2 - \sqrt{5}$.
2. Sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$ donner la valeur approchée à $0,001$ près par excès de A.

Exercice 3

Soit l'application f définie dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2x+3)^2 - (5x-8)^2.$$

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$ et résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Deuxième partie

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} 4x+3y & = & 18 \\ x+y & = & 5. \end{array}\right.$$

2. Le plan étant rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, retrouver graphiquement le résultat de la question 1.
3. Dans une papeterie, les bandes dessinées « Astérix » sont soldées à 35 F.
   Pierre achète 4 crayons et 3 gommes pour un total de 18 F.
   Jacques achète « Astérix en Corse », 3 crayons et 3 gommes pour 50 F.
   Quels sont les prix respectifs d'un crayon et d'une gomme ?

Exercice 2

Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On se donne les points suivants :

$$\text{A}(-1\,;\,0)\ \text{B}(2\,;\,0)\ \text{C}(0\,;\,4).$$

1. Donner une équation de la médiane du triangle (ABC) passant par A.
2. Donner une équation de la médiatrice du segment [BC].
3. En déduire une équation de la hauteur du triangle (ABC) passant par A.

Troisième partie

Soit (ABC) un triangle rectangle en A tel que
$\text{mes}\left(\widehat{\text{ACB}}\right) = 45°$ et $\text{AB} = 2$.

1. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{ABC}}$.
   En déduire la nature du triangle (ABC).
2. Construire le triangle (ABC) (unité : 2,5 cm).
3. Soit A′ le point de [AC] tel que $\dfrac{\text{A}'\text{C}}{\text{AC}} = a$ où $0 < a < 1$.
   La parallèle à (AB) passant par A′ coupe (BC) en B′.
   Utiliser l'énoncé de Thalès pour calculer A′B′ en fonction de a.
4. Montrer que l'aire $\mathscr{A}'$ du trapèze rectangle (A′B′BA) est égale à $2\left(1 - a^2\right)$.
   Quelle est l'unité d'aire ?
5. Pour quelle valeur de a l'aire $\mathscr{A}'$ est-elle la moitié de l'aire $\mathscr{A}$ de (ABC) ?

N. B. : Aire du trapèze de bases B et b et de hauteur h : $\dfrac{(b+B)h}{2}$.