

## œ Brevet Créteil juin 1978 œ

### Partie I

Soit  $f$  l'application de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{1}{2}(5x - 2)(2x + 1).$$

1. Factoriser  $f(x)$ .

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  le système. d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 1 < 0, \\ -\frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

puis le système

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 0, \\ -\frac{1}{2}x + 2 < 0 \end{cases}$$

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) \geq 0$ , puis l'équation  $f(x) = |f(x)|$ .

3. Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , représenter la droite  $\mathcal{D}$  d'équation

$$y = 2x + 1$$

et la droite  $\mathcal{D}'$  d'équation

$$y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

On note  $X$  l'axe dont  $(O, \vec{i})$  est un repère (axe des abscisses).

Soit  $\{A\} = X \cap \mathcal{D}$  et  $\{A'\} = X \cap \mathcal{D}'$ .

Calculer les coordonnées de  $A$  et de  $A'$ .

4. Soit trois points  $M$ ,  $P$  et  $P'$  de même abscisse  $x$ .  $M$  élément de  $X$ ,  $P$  élément de  $\mathcal{D}$ ,  $P'$  élément de  $\mathcal{D}'$ .

Évaluer, en fonction de  $x$ , les produits  $\overline{MP} \cdot \overline{MP'}$  et  $\overline{MA} \cdot \overline{MA'}$ .

Démontrer que  $\overline{MA} \cdot \overline{MA'} = -\overline{MP} \cdot \overline{MP'}$ .

Expliquer comment on peut trouver graphiquement les solutions de l'inéquation

$f(x) \geq 0$ .

### Partie II

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , représenter les points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(-4; 2); \quad B(3; 3); \quad C(8; -2) \quad \text{et} \quad I(2; 0).$$

1. Montrer que I est le milieu du bipoint (A, C) et que les vecteurs  $\overrightarrow{BI}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont orthogonaux.
2. Soit D le symétrique du point B par rapport au point I.  
Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) définit un losange.  
Calculer la distance  $d(A, D)$ .
3. Soit E le point image de D par la translation du vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .  
Comparer les directions des droites (AE) et (BD).
4. Soit ( $\mathcal{C}$ ) le cercle de diamètre [AC].  
Quel est son centre? Calculer son rayon.  
Quelle est sa tangente au point A?