

œ Brevet Créteil juin 1978 œ

Partie I

Soit f l'application de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = (2x + 1)^2 - \frac{1}{2}(5x - 2)(2x + 1).$$

1. Factoriser $f(x)$.

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.

2. Résoudre dans \mathbb{R} le système. d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 1 < 0, \\ -\frac{1}{2}x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

puis le système

$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 0, \\ -\frac{1}{2}x + 2 < 0 \end{cases}$$

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \geq 0$, puis l'équation $f(x) = |f(x)|$.

3. Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , représenter la droite \mathcal{D} d'équation

$$y = 2x + 1$$

et la droite \mathcal{D}' d'équation

$$y = -\frac{1}{2}x + 2.$$

On note X l'axe dont (O, \vec{i}) est un repère (axe des abscisses).

Soit $\{A\} = X \cap \mathcal{D}$ et $\{A'\} = X \cap \mathcal{D}'$.

Calculer les coordonnées de A et de A' .

4. Soit trois points M , P et P' de même abscisse x . M élément de X , P élément de \mathcal{D} , P' élément de \mathcal{D}' .

Évaluer, en fonction de x , les produits $\overline{MP} \cdot \overline{MP'}$ et $\overline{MA} \cdot \overline{MA'}$.

Démontrer que $\overline{MA} \cdot \overline{MA'} = -\overline{MP} \cdot \overline{MP'}$.

Expliquer comment on peut trouver graphiquement les solutions de l'inéquation

$f(x) \geq 0$.

Partie II

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , représenter les points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(-4; 2); \quad B(3; 3); \quad C(8; -2) \quad \text{et} \quad I(2; 0).$$

1. Montrer que I est le milieu du bipoint (A, C) et que les vecteurs \overrightarrow{BI} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.
2. Soit D le symétrique du point B par rapport au point I.
Démontrer que le quadruplet (A, B, C, D) définit un losange.
Calculer la distance $d(A, D)$.
3. Soit E le point image de D par la translation du vecteur \overrightarrow{BA} .
Comparer les directions des droites (AE) et (BD).
4. Soit (\mathcal{C}) le cercle de diamètre [AC].
Quel est son centre? Calculer son rayon.
Quelle est sa tangente au point A?