∽ Brevet Créteil septembre 1979 ∾

ALGÈBRE

Soit f l'application, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$f(x) = 4(x-3)^2 - 9(x+2)^2.$$

1. Développer et réduire $f(x)$.

2. **a.** Factoriser $f(x)$.

b. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$.

c. Montrer que, pour tout réel x tel que

$$-12 < x < 0, \quad f(x) > 0.$$

3. **a.** Calculer $f(x)$ pour les valeurs suivantes de x : et faire un tableau mettant en évidence les résultats obtenus.

b. Représenter les points de coordonnées (x, !(x»), pour les valeurs de x indiquées au 3. a., dans un plan rapporté à un repère $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ on dessinera les axes $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath}\right)$ et $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ orthogonaux et on prendra 1 cm pour unité graphique sur $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath}\right)$, 1 cm pour 20 unités graphiques sur $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$.

4. Factoriser $f(x) - 180$; en déduire que, pour tout réel x, $f(x) \leqslant 180$.

5. Montrer que, pour tout réel x tel que $-12 \leqslant x \leqslant 0$,

a. $\sqrt{f(x)}$ existe ;

b. $0 \leqslant \sqrt{f(x)} \leqslant 6\sqrt{5} < 14$.

GÉOMÉTRIE

1. **a.** Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$ dessiner les points A, B et C définis par leurs coordonnées

$$\text{A}(2\,;\,0),\ \text{B}(0\,;\,4),\ \text{C}(-3\,;\,0)$$

et la droite (Δ) d'équation $x - 2y + 3 = 0$.

b. Prouver que le point C appartient à la droite (Δ) et calculer l'ordonnée du point I de (Δ) dont l'abscisse est $-\dfrac{1}{2}$.

2. **a.** Calculer les distances $d(\text{C, A})$ et $d(\text{C, B})$.

b. Démontrer que les droites (AB) et (Δ) sont orthogonales.

c. Que représente la droite (Δ) pour le segment [AB] ? La droite d'équation $x = -\dfrac{1}{2}$ pour le segment [AC] ?

3. **a.** Démontrer que les points A, B et C appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ de centre I et que la tangente en C à $\mathscr{C}$ est parallèle à la droite (AB).

b. La droite (6)coupe le cercle $\mathscr{C}$ en C et en un second point O.

Calculer les coordonnées de D.

c. Calculer le rayon r de $\mathscr{C}$.

Comparer la valeur calculée de r et celle mesurée sur le dessin.