∾ Brevet Créteil Paris Versailles ∾ septembre 1989

Activités numériques

Exercice 1

On donne

$$P(x) = x^2 - 4 + (x+3)(x+2).$$

Factoriser $P(x)$.

Exercice 2

À tout nombre x différent de -1, on associe le nombre :

$$f(x) = \frac{9x^2 - 1}{x+1}.$$

Calculer

$$f(-2);\quad f(0);\quad f\left(\frac{1}{3}\right);\quad f\left(\frac{2}{3}\right);\quad f\left(\sqrt{5}\right).$$

(On écrira $f\left(\frac{2}{3}\right)$ sous forme d'un fraction simplifiée au maximum et $f\left(\sqrt{5}\right)$ sous la forme $a + b\sqrt{5}$ où a et b sont des entiers relatifs).

Exercice 3

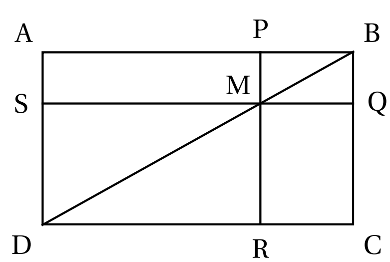
Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x + y & = & 12 \\ 2x - 3y & = & 19. \end{array}\right.$$

Activités géométriques

Exercice 1

Le quadrilatère ABCD représenté ci-dessous est un rectangle.
M est un point de la diagonale [DB].
Les droites (SQ) et (AB) sont parallèles.
Les droites (PR) et (AD) sont parallèles.
Il n'est pas demandé de refaire la figure sur la copie.

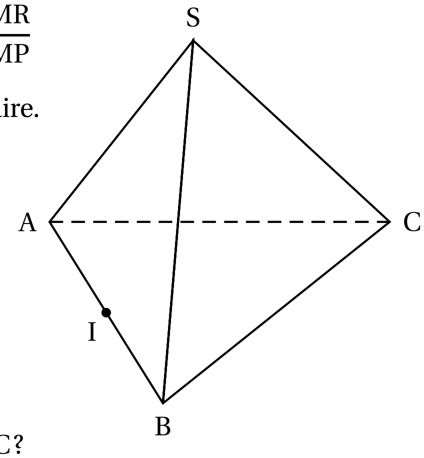


Justifier les égalités suivantes :

$$\frac{\text{MD}}{\text{MB}} = \frac{\text{MS}}{\text{MQ}} \quad \text{et} \quad \frac{\text{MD}}{\text{MB}} = \frac{\text{MR}}{\text{MP}}$$

Montrer que les rectangles APMS et MQCR ont la même aire.

Exercice 2



SABC est une pyramide dont toutes les arêtes mesurent 8 cm.
On ne demande pas de refaire sur la copie la figure ci-contre.

1. Quelle est la nature des faces ABC, SAB, SBC et SAC ?
2. Les constructions suivantes seront faites à la règle et au compas. Les traits de construction resteront visibles sur les figures. On ne fera aucun calcul préalable.
   Le point I est le milieu du segment [AB].

   Figure 1
   Construire, en vraie grandeur, le triangle ABC.
   Placer le point I.
   Tracer le segment [CI].

   Figure 2
   Construire, en vraie grandeur, le triangle SAB.
   Placer le point I.
   Tracer le segment [SI].

   Figure 3
   Construire, en vraie grandeur, le triangle SIC.
3. Calculer CI et vérifier sur la figure.

Problème

L'unité de longueur utilisée dans ce problème est le centimètre.
Deux cercles $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ ont le même centre O, et leurs rayons respectifs sont 6 et 2.
Une droite $\mathcal{D}$ passant par O coupe C en M et N et coupe $\mathcal{C}'$ en M′ et N′ (M, M′, N′, N sont dans cet ordre sur D).
A est un point de $\mathcal{C}$ tel que NA = 4.
Faire une figure.

1. Démontrer que les droites (AM) et (AN) sont perpendiculaires et calculer AM (on donnera la valeur exacte).
2. Soit T le projeté orthogonal de O sur la droite (AM).
   Que représente le point T pour le segment [AM] ? Calculer CT.
   Montrer que la droite (AM) est tangente au cercle $\mathcal{C}'$ en T.

3. La tangente en N$'$ au cercle C' coupe la droite (AM) en K.
En utilisant les triangles MAN et MN$'$K, exprimer de deux façons différentes : $\tan\widehat{\text{AMN}}$.
En déduire KN$'$.