

🌀 Brevet Dakar juin 1979 🌀

Algèbre

Soit les fonctions f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , telles que

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x+2)^2 - (x-1)^2 \text{ et} \\ g(x) &= (3x+1)^2 - (3x+1)(x-1). \end{aligned}$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
2. Soit h la fonction, \mathbb{R} dans \mathbb{R} , telle que

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h .

Simplifier $h(x)$.

3.
 - a. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $h(x) = 2$.
 - b. Représenter graphiquement dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , les droites (D_1) et (D_2) d'équation respective

$$y = x + 3 \quad \text{et} \quad y = 2x + 4.$$

Vérifier graphiquement le résultat obtenu à la question **a**.

4. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $h(x) = 1$.

Géométrie

Le candidat fera pour ce problème une figure soignée

Soit dans le plan euclidien muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les points A, B et C de coordonnées respectives $(0; -1)$, $(4; -1)$ et $(2; 5)$.

1.
 - a. Calculer les distances $d(A, B)$, $d(B, C)$ et $d(C, A)$.
 - b. En déduire la nature du triangle (A, B, C).
 - c. Déterminer les coordonnées de H, projection orthogonale de C sur la droite (AB).
2. Soit \mathcal{C} le cercle passant par les trois points A, H et C.
 - a. Déterminer les coordonnées du centre P du cercle \mathcal{C} et calculer son rayon; donner une valeur approchée du rayon à 10^{-1} près par défaut.
 - b. Le cercle \mathcal{C} coupe l'axe des ordonnées en deux points A et K.
Déterminer la nature du triangle (A, K, C).
En déduire les coordonnées du point K.
3.
 - a. Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HG}$.
 - b. Démontrer que les points P, G et B sont alignés.