Brevet Dakar juin 1980

ALGÈBRE

, Soit f et g les fonctions polynôme :

$$\begin{array}{llllll} f: & & & & & \\ R & \to & \mathbb{R}, & x & \longmapsto & x^2-4x+4 \\ g: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}, & x & \longmapsto \quad 2x^2-8-(x-2)^2. \end{array}$$

1. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$g(x)=0 \quad \text{et} \quad f(x)=g(x).$$

3. Calculer $f\left(\sqrt{3}\right)$ et sachant que

$$1,732<\sqrt{3}<1,733,$$

donner un encadrement de $f\left(\sqrt{3}\right)$ d'amplitude $2\cdot 10^{-2}$.
Soit

$$h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, \quad x\longmapsto \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_h$ de la fonction h.
Simplifier $h(x)$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$,

$$h(x)=0 \text{ et } h(x)=\frac{1}{h(x)}.$$

GÉOMÉTRIE

Soit (P) un plan euclidien et (D) une droite de (P) munie d'une graduation de repère (O, I).
On note $\overrightarrow{\text{OI}} = \overrightarrow{i}$.

1. Soit $(\text{A}, \text{B}) \in (D)\times(D)$.
A a pour abscisse (-4) et B a pour abscisse 4.
Déterminer l'abscisse du point M de (D) tel que

$$\overline{\text{MA}}+3\overline{\text{MB}}=0.$$

Vérifier que M est le milieu de (O, B).
Calculer MA et MB.

2. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [A, B] : soit C et E les points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ et de la perpendiculaire à la droite (AB) contenant M.

   Montrer que (O, C, B) est un triangle équilatéral.

   En déduire alors CM et CA.

3. Calculer $\sin(a)$, $\cos(a)$ et $\tan(a)$, a étant l'écart angulaire de l'angle $\widehat{\text{CAB}}$.

4. On considère le repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ tel que C ait une ordonnée positive.

   Quelles sont le coordonnées de C ?

5. On appelle A$'$ et C$'$ les images de A et C dans la symétrie centrale de centre B.

   Déterminer le coordonnées des points A$'$ et C$'$ puis donner l'équation de la droite (A$'$C$'$).