Brevet Dijon septembre 1993

Activités numériques

1. Calculer (le résultat sera donné sous forme d'une fraction aussi simplifiée que possible) :

$$A = \frac{5}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{2}{7}, \qquad B = \frac{4}{11} : \frac{8}{3}.$$

D = 5 - 3.J3.

2. On donne :

$$C = 2 - \sqrt{3}, \qquad D = 5 - 3\sqrt{3}.$$

Calculer $C - D$; $C \times D$; D^2.
(On écrira les résultats sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.)

3. On donne $S = \sqrt{121} - 3\sqrt{98} + \sqrt{50}$.
Écrire S sous la forme $a + b\sqrt{2}$ (a et b sont des nombres entiers relatifs).

4. **a.** Factoriser $9x^2 - 1$.

b. En déduire la factorisation de l'expression :

$$9x^2 - 1 - (3x + 1)(x + 5).$$

c. Résoudre l'équation :

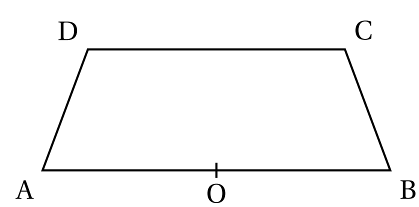
$$(3x + 1)(2x - 6) = 0.$$

5. Julien a acheté 3 pin's et 4 autocollants pour 99 francs.
Sa sœur Claudia a payé 68 francs pour 2 pin's et 3 autocollants.
On désignera par x le prix de chaque pin's et par y le prix de chaque autocollant.
Mettre le problème en équation puis calculer le prix d'un pin's et celui d'un autocollant.

Activités géométriques

Exercice 1

Dans cette figure, ABCD est un trapèze inscrit dans un cercle :
O est le centre de ce cercle et [AB] est un diamètre.
Le rayon du cercle est de 5 cm et AD = 4,5 cm.



1. Réaliser la figure exacte.
On la complétera au fur et à mesure des questions.
2. Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle.

3. Calculer la valeur de l'angle $\widehat{DBA}$ à un degré près.
   En déduire la valeur de l'angle $\widehat{DOA}$. Justifier chaque réponse.
4. Soit E le milieu de [OB]. Tracer la droite parallèle à la droite (BD), passant par le point E.
   Elle coupe le segment [AD] en un point K.
   Calculer la longueur AK à 0,1 cm près.

Exercice 2

1. Dans un repère orthonormal dont l'unité est le centimètre, placer les points

$$A(4\,;3)\ ;\quad B(-2\ ;\ 0)\quad \text{et}\quad C(1\ ;\ -3).$$

   On donne $BC = 3\sqrt{2}$ et $CA = 3\sqrt{5}$.
2. Calculer la valeur exacte de la longueur AB.
3. Démontrer que le triangle ABC est isocèle.
4. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [BC] et placer M.
5. Calculer la valeur exacte de AM et l'aire du triangle ABC.

Problème

1. On dispose d'un bassin de forme parallélépipédique :
   longueur : 10 m, largeur : 4 m, profondeur 3 m.
   Calculer le volume total du bassin en m^3.
2. On verse de l'eau jusqu'aux trois quarts.
   Quelle quantité d'eau le bassin contient-il ? en m^3 ? en litres ?
3. On désigne par x la distance qui sépare le niveau de l'eau du bord supérieur du bassin.
   a. Exprimer en fonction de x la hauteur de l'eau en mètres dans le bassin.
   b. Exprimer en fonction de x le volume de l'eau en m^3 (on appelle v_1 ce volume).
4. **a.** Représenter graphiquement le volume v_1 en fonction de x soit

$$v_1(x) = -40x + 120$$

   en abscisse 2 cm pour représenter 1 m ; en ordonnée 5 mm pour représenter 10 m^3 ; on limitera le graphique aux valeurs possibles de x.

   b. Utiliser ce graphique pour répondre aux questions suivantes :
   - Pour quelle valeur de x le volume d'eau est-il de 50 m^3 ?
   - Quel est le volume d'eau si $x = 1,5$ m ?

   c. Vérifier les résultats du b. par le calcul.
5. On dispose d'un autre bassin de forme parallélépipédique :
   longueur : 5 m, largeur : 4 m, profondeur : 4 m.

a. x désignant toujours la distance en m qui sépare le niveau de l'eau du bord supérieur du bassin, exprimer en fonction de x le volume v_2 d'eau contenu dans ce bassin en m^3.

b. Représenter sur le graphique précédent v_2 en fonction de x (on limitera le graphique aux valeurs possibles de x).

c. Utiliser le graphique pour répondre à la question suivante :

— Pour quelle valeur de x les deux bassins contiennent-ils la même quantité d'eau ?

— Vérifier par le calcul le résultat précédent obtenu graphiquement.