∽ Brevet Dijon juin 1979 ∽

Algèbre

1. On considère la fonction f, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

a. Calculer $f(-9)$ et $f(3)$.

b. Déterminer le sens de variation de cette fonction.

c. Construire la représentation graphique (D) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'axes Ox et Oy (unité : le centimètre).

2. On considère la fonction g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$g(x) = 2x + 5.$$

a. Quel est l'antécédent de chacun des réels : 0 et 5 ?

b. Déterminer le sens de variation de g.

c. Construire sa représentation graphique dans le même repère.

3. **a.** Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation

$$|2x + 5| = 2x + 5$$

b. Étudier le sens de variation de la fonction h, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

$$h(x) = |2x + 5|.$$

c. Construire la représentation graphique de h dans le même repère (utiliser une couleur différente).

d. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation

$$|2x + 5| = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

4. Quelle est la fonction affine dont la représentation graphique est la droite (Δ) parallèle à (D) et passant par le point de l'axe Oy et l'ordonnée 2,2 ?

5. Représenter graphiquement (sur un autre graphique) la fonction affine par intervalles F définie sur $[-9 ; 11]$ par

$$\begin{array}{ll}
x \in \left[-9 ; -\frac{13}{3}\right] & F(x) = f(x); \\
x \in \left[-9 ; -\frac{13}{3}\right] & F(x) = h(x); \\
x \in \left[-9 ; -\frac{13}{3}\right] & F(x) = 2,2; \\
x \in [0 ; 11] & F(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{5}.
\end{array}$$

Géométrie

Dans un plan euclidien (P), on considère un triangle (A, B, C) rectangle en B, tel que $d(\text{A, B}) = \text{AB} = 2$, $d(\text{B, C}) = \text{BC} = 1$.

1. **a.** Faire une figure soignée en prenant comme unité de mesure des longueurs le centimètre. Cette figure sera complétée au cours du problème.

   b. Calculer le nombre $d(\text{A, C}) = \text{AC}$.

2. On considère le point D tel que B soit un point du segment de droite [AD] et tel que $d(\text{A, D}) = \text{AD} = 8$.

   Soit E le point de Ia droite (AC) dont la projection orthogonale sur la droite (AB) est D.

   a. Montrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles et en déduire, en appliquant l'axiome de Thalès, que $\text{d(A, E)} = \text{AE} = 4\sqrt{5}$.

   b. Calculer le nombre $\text{d(D, E)} = \text{DE}$.

3. **a.** Construire la médiatrice (Δ) du segment [AE].

   Placer le point I, milieu du bipoint [AE].

   b. Construire le point F situé sur (Δ), dans le demi-plan ayant pour frontière la droite (AE), ne contenant pas D, et tel que $d(\text{I, F}) = d(\text{I, A})$.

   Démontrer que le triangle (A, F, E) est rectangle et isocèle de sommet F.

   c. Construire le cercle $\mathscr{C}$ de centre I, de rayon IA.

   Démontrer que les points D, E, F appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.

   d. Calculer l'aire du disque $\mathscr{D}$ ayant pour frontière le cercle $\mathscr{C}$.