

œ Brevet Dijon juin 1980 œ

Algèbre

1. a. Mettre sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré chacun des polynômes suivants :

$$4 - x^2 + 3(x - 2);$$

$$3(x - 1)(1 - 2x) + 5x(x - 1).$$

- b. Vérifier que le polynôme

$$3(x - 1)(1 - 2x) + 5x(x - 1) - 4 + x^2 + 3(2 - x)$$

est un polynôme du premier degré.

2. Soit la fonction rationnelle f de la variable x donnée par

$$f(x) = \frac{(x-1)(3-x)}{(x-2)(1-x)}.$$

Calculer $f\left(\frac{10}{22}\right)$.

Sachant que $2,44948 < \sqrt{6} < 2,44949$ démontrer 'que

$$-1,22475 < f(\sqrt{6}) < -1,22474.$$

3. a. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ -x + y = -2. \end{cases}$$

- b. Représenter graphiquement dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$ les fonctions affines g et h données par

$$g(x) = 3 - x \quad \text{et} \quad h(x) = x - 2.$$

Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des droites représentatives de ces deux fonctions?

4. Résoudre dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes :

$$-3 + x < -x + 2;$$

$$3 - x < -x + 2;$$

$$|3 - x| < -x + 2.$$

Rappel : $|3 - x|$ désigne la valeur absolue de $3 - x$.

Géométrie

Dans un plan muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C tels que

$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j}, \quad \overrightarrow{OC} = -\vec{i} + 5\vec{j}.$$

1. Calculer la norme de chacun des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{CA} .
Démontrer que le triangle (B, A, C) est un triangle rectangle.
2. Démontrer que les droites (OB) et (BA) sont perpendiculaires.
3. Soit I le milieu du segment [BC].
Calculer les coordonnées du point I.
4. La médiatrice du segment [BC] coupe la droite (AC) en H et la droite (BA) en D.
La droite (OB) coupe la droite (DI) en M.
Démontrer que I est le milieu du segment [MH].
Démontrer que (B, M, C, H) détermine un losange.
5. On appelle S la symétrie orthogonale par rapport à la droite (ID).
 - a. Quelles sont les images par la symétrie S des points B, D, H?
 - b. Quelles sont les images par la symétrie S de droites (BC), (BD) et (CH)?
Démontrer que les droites (BH) et (CD) sont perpendiculaires,
 - c. On appelle E l'image du point A par la symétrie S.
Démontrer que E est le point d'intersection des droites (CD) et (BH).