

# ∞ Brevet Dijon juin 1982 ∞

## Algèbre

### Exercice 1

Soit les réels  $a$  et  $b$ .

On pose  $E = a(7a + 6b)^2 - (a + b)(6a + 7b)^2 + b(7a + 6b)^2$ .

1. Montrer que  $E = 13(a - b)(a + b)^2$ .
2. Calculer  $E$  pour  $a = -\frac{15}{13}$  et  $b = -\frac{2}{13}$ .
3. Calculer  $E$  pour  $a = \sqrt{2} - \frac{1}{13}$  et  $b = 2 + \frac{1}{13}$ .
4. Calculer  $E$  pour  $a = 6$  et  $b = -7$ .

### Exercice 2

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3y - 2x = 12 \\ 2y + 3x = 21. \end{cases}$$

2. Soit les applications  $f$ ,  $g$  et  $h$ , de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  données par

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 4; \quad g(x) = -\frac{3}{2}x + 2 \quad \text{et} \quad h(x) = 2x.$$

Représenter graphiquement les applications  $f$ ,  $g$  et  $h$  dans le même plan rapporté au repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'axes  $x'Ox$  et  $y'Oy$  (unité : le centimètre).

Démontrer que les droites représentatives des applications  $f$ ,  $g$  et  $h$  passent par un même point dont on donnera les coordonnées.

## Géométrie

L'unité est le centimètre.

Soit les points A, B, C et D tels que (A, B, C, D) détermine un carré.

On désigne par O le point d'intersection des droites (AC) et (BD) supports des diagonales de ce carré.

La distance OA des points O et A est égale à 2.

On donne les points M et N tels que

$$\overrightarrow{OM} = 3\overrightarrow{OC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{ON} = 3\overrightarrow{OB}.$$

1. Construire la figure.
2. Démontrer que l'on a l'égalité

$$\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = 3\overrightarrow{CB}.$$

En déduire que les droites (MN) et (CB) sont parallèles.

3. Démontrer que le point C est le milieu du segment [AM].  
On appelle I le point d'intersection des droites (DC) et (BM).  
Démontrer que I est le milieu du segment [BM].
4. Soit J le point d'intersection des droites (CI) et (MN).  
Démontrer que (C, M, J, B) détermine un parallélogramme.  
Quelle est l'image de la droite (MN) par la symétrie centrale S de centre I?  
Justifier la réponse.  
Calculer les distances suivantes :

OM de O à M;

BM de B à M;

CJ de C à J.