

## œ Brevet des collèges Dijon juin 1951 œ

### ALGÈBRE

1. Simplifier l'expression

$$y = \frac{\frac{x-a}{x+a} + 2 + \frac{x+a}{x-a}}{1 + \frac{x+a}{x-a}}$$

2. On pose  $A = x - a$ ,  $B = x + a$ .

Exprimer  $y$  en fonction de  $A$  et de  $B$ .

Simplifier la nouvelle expression.

Vérifier le résultat obtenu dans la question 1.

Montrer que la fraction

$$\frac{\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a}}{1 - \frac{x+a}{x-a}}$$

se réduit à la même expression que  $y$ .

3. Calculer  $x$  pour que l'on ait  $y = a$ .

Que se passe-t-il si  $a = 2$ ?

Application numérique : Calculer  $x$  pour que

$$y = a = \sqrt{2}.$$

### GÉOMÉTRIE

On donne un cercle fixe ( $\mathcal{C}$ ) de centre  $O$  et l'on désigne par  $[AB]$  un diamètre fixe de ( $\mathcal{C}$ ).

Soit  $C$  le milieu de l'un des arcs  $\widehat{AB}$  et soit  $M$  un point variable sur l'arc  $\widehat{AC}$ .

On trace  $(MH)$ , perpendiculaire à  $(AB)$  au point  $H$ , et l'on désigne par  $D$  l'intersection avec le cercle ( $\mathcal{C}$ ) de la bissectrice de l'angle  $\widehat{OMH}$ .

1. Comparer les angles  $\widehat{ODM}$  et  $\widehat{DMH}$ .

Montrer que le point  $D$  reste fixe sur le cercle ( $\mathcal{C}$ ) lorsque le point  $M$  décrit l'arc  $\widehat{AC}$ .

2. Soit  $I$  l'intersection de  $(MD)$  avec la bissectrice de l'angle  $\widehat{MOH}$ .

Calculer, en degrés, la grandeur de l'angle  $\widehat{OAD}$ .

Montrer que l'angle  $\widehat{OID}$  mesure  $45^\circ$ .

Que peut-on déduire de là relativement au quadrilatère  $OIAD$ ?

3. Calculer, en degrés, la grandeur de l'angle  $\widehat{AID}$ .

Que peut-on dire du point  $I$  lorsque  $M$  décrit l'arc  $\widehat{AC}$ ?