Brevet Dijon 1964

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soient les quatre droites

$$\begin{array}{llll} (D_1) & y = x, & (D_2) & y = 12 - x, \\ (D_3) & y = 2x, & (D_4) & y = -\dfrac{x}{2} + 6. \end{array}$$

1. Construire ces quatre droites (unité : le centimètre).
2. Soient A, B, C et D les intersections respective de (D_2) et (D_3), de (D_3) et (D_4), de (D_4) et (D_1), de (D_1) et (D_2).

   Calculer les coordonnées de ces points et celles de I, intersection de (D_2) et (D_4).
3. Montrer que (AC) est parallèle à Oy.

   Calculer OA, OB, OC, OD.

   En déduire que ABCD est inscriptible.

   Montrer que [AC] est le diamètre du cercle circonscrit.

GÉOMÉTRIE

Soit le triangle équilatéral ABC, de côté a.
Sur la hauteur [AH] on prend le point D tel que $2\overline{\text{DH}} = \overline{\text{AD}}$.
La droite (BD) coupe (AC) en E et la perpendiculaire Cx à (BC) en F.

1. Que représentent (BE) et (CD) respectivement pour les triangles ABC et BCF ?
2. Montrer que le quadrilatère ABCF est inscriptible dans un cercle, dont on déterminera le centre.

   Calculer, en fonction de a,

   — le rayon, R, du cercle,

   — les longueurs des côtés [FC] et [FA] du quadrilatère.
3. Montrer qu'il existe un cercle inscrit dans le quadrilatère ABCF (c'est-à-dire tangent à ses quatre côtés).

   Déterminer son centre, I, comme intersection de deux droites simples.