

∞ Brevet des collèges Dijon juin 1973 ∞

Algèbre

Les fonctions polynômes f et g sont définies dans \mathbf{R} par

$$\begin{aligned} f(x) &= 4(x-1)^2 - (x+1)^2 \text{ et} \\ g(x) &= (2x+5)(x-3) - (x-3)^2. \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$, $g(x)$ et $11f(x) - 8g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. On considère la fonction rationnelle, h , défini dans \mathbf{R} par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_h , de la fonction h .
 - b. Simplifier $h(x)$.
3. a. Déterminer l'ensemble des nombres réels tels que

$$h(x) = 0.$$

- b. Déterminer l'ensemble des nombres réels tels que

$$h(x) = \frac{8}{11}.$$

Géométrie

Un plan affine euclidien (P) est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Les points A, B, I et J appartiennent à (P) et sont donnés par les coordonnées

$$A(7; 7), \quad B(-1; 1), \quad I(6; 0) \quad \text{et} \quad J(0; 8).$$

1. Déterminer les coordonnées du point, D, défini par

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BO}$$

et montrer que (O, B, A, D) est un parallélogramme.

2. Calculer $d(O, A)$, $d(O, B)$, $d(A, B)$.
En déduire que les triangles (O, A, B) et (A, O, D) sont rectangles.
3. Montrer que le point, ω milieu du segment $[AB]$ est aussi le milieu du segment $[IJ]$.
4. En déduire que
 - a. $d(\omega, O) = d(\omega, A) = d(\omega, B) = d(\omega, I) = d(\omega, J)$.
 - b. (I, A, J, B) est un carré.