

œ Brevet Dijon juin 1977 œ

Algèbre

Exercice 1

Soit les polynômes

$$A = (1,2x - 2,5)(1,2x + 2,5);$$

$$B = (1,2x - 2,5)^2;$$

$$C = (1,44x^2 - 6,25) + (1,2x - 2,5)(0,8x - 3);$$

$$D = (1,44x^2 - 6x + 6,25) - \frac{1}{10}(1,2x - 2,5)(2x + 5).$$

1. Développer, réduire et ordonner A et B .
2. Mettre C sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3. Mettre D sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.

Exercice 2

Soit f la fonction rationnelle de la variable réelle x donnée par

$$f(x) = \frac{2x - 0,5}{x - 3}.$$

1. Calculer, si elles existent, les images par f des réels suivants :

$$\frac{1}{4}; \quad 3 \quad \text{et} \quad -2,5.$$

2. Calculer $f(3,3125)$. Le nombre $f(3,3125)$ est-il un nombre décimal?

Exercice 3

1. Résoudre, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système

$$\begin{cases} 2x - y = 0,5; \\ x - y = 3. \end{cases}$$

2. Soit g et h les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} données par

$$g(x) = 2x - 0,5 \quad \text{et} \quad h(x) = x - 3.$$

Représenter graphiquement les fonctions g et h dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes Ox et Oy (unité = 1 cm).

3. Utiliser la représentation graphique précédente pour résoudre, dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes :

$$2x - 0,5 > 0, \quad 2x - 0,5 < 0; \quad 0 < x - 3, \quad 0 > x - 3.$$

4. Représenter graphiquement dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) précédent la fonction p de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , donnée par

$$p(x) = |h(x)| + |g(x)|.$$

Géométrie

Faire une figure (unité : 1 centimètre).

Dans un plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B, C tels que

$$\vec{OA} = -3\vec{i} + 4\vec{j}; \quad \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j}; \quad 3\vec{BC} = 2\vec{AC}.$$

1.
 - a. Calculer les coordonnées du point C.
 - b. Montrer que les points A, B et C sont alignés.
2. Soit le point D tel que $\vec{OD} = \frac{9}{2}\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$.
 - a. Calculer les normes des vecteurs \vec{DA} , \vec{OC} et \vec{AC} .
Montrer que le triangle (A, D, C) est rectangle et isocèle.
 - b. Calculer les coordonnées du milieu M de (A, C).
Montrer que $\vec{MA} = 3\vec{MB}$.
3. Par le point B, on mène la droite (Δ) parallèle à la droite (AD).
 (Δ) coupe la droite (MD) en E et la droite (OC) en I.
Par le point E, on mène la droite (Δ') parallèle à la droite (DC).
 (Δ') coupe la droite (AC) en B'.
 - a. Montrer que M est le milieu de (B, B') et que la droite (DE) est la médiatrice du segment [BB'].
 - b. Montrer que
 - $3\vec{CI} = 2\vec{CD}$ et $3\vec{CB'} = 2\vec{CM}$.
 - les droites (B' I) et (MD) sont parallèles.
 - Le triangle (C, I, B) est rectangle et isocèle.