

œ Brevet des collèges Dijon septembre 1973 œ

ALGÈBRE

Les fonctions polynômes f et g définies dans \mathbf{R} sont telles que

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-2)(2x-1)^2 - 9(3x-2) \text{ et} \\g(x) &= (2x-6)(x-2) - (2-x)(x+4).\end{aligned}$$

1. Dédurre et ordonner $f(x)$ et montrer ainsi que $f(x)$ est un polynôme du troisième degré.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
Calculer $f(1)$ et $d\left(\frac{1}{2}\right)$.
3. Donner l'ensemble des nombres réels x qui vérifient $f(x) = 0$.
4. On considère la fonction rationnelle q de la variable réelle x définie par

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction q .

Simplifier $q(x)$.

GÉOMÉTRIE

Un plan affine euclidien (P) est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Placer dans ce plan les points A, B et C donnés par leurs coordonnées :

$$A(-1,5; 2), \quad B(1,5; -2) \quad \text{et} \quad C(6,5; 8),$$

et montrer que O est le milieu du segment [AB].

2. Calculer les distances $d(A, B)$, $d(A, C)$ et $d(B, C)$ et montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
3. Soit H la projection orthogonale de A sur la droite (BC).
Calculer $d(B, H)$ et $d(A, H)$.
4. Choisissons l'axe euclidien (\overrightarrow{BC}) sur la droite (BC).

Désignons par B' et C' respectivement les projections orthogonales des points B et C sur l'axe euclidien (O, \vec{j}) .

$$\text{Calculer } \frac{\overline{BH}}{\overline{BC}} \text{ et } \frac{\overline{B'O}}{\overline{B'C'}}$$

Montrer, avec précision, que l'on peut en conclure que H appartient à l'axe (O, \vec{i}) .