

∞ Brevet des collèges Dijon septembre 1976 ∞

ALGÈBRE

x désignant un nombre réel, on pose

$$\begin{aligned} A &= x^2 - 9 - (x-3)(2x-5) + (5x-15)(x+1) \text{ et} \\ B &= (4x+13)(-3x+5). \end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner A et B .
2. Écrire A sous forme d'un produit de facteurs du premier degré (par rapport à x).
3. g est la fonction polynôme de la variable réelle telle que

$$g(x) = -12x^2 - 19x + 65.$$

Calculer $g(-3)$, $g(-\frac{13}{4})$, $g(\sqrt{2})$ et $g(\frac{5}{3})$.

4. Représenter graphiquement, dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les deux applications affines h et f telles que :

$$\begin{aligned} h: \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R}, & f: \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R}, \\ x &\mapsto h(x) = x - 3, & x &\mapsto f(x) = -3x + 5. \end{aligned}$$

5. Résoudre dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ le système d'équation

$$\begin{cases} x - 3 - y = 0, \\ 3x - 5 + y = 0. \end{cases}$$

Vérification graphique.

6. Calculer les images des nombres 3 , $\frac{14}{3}$ et 0 par l'application $f \circ h$ (c'est-à-dire h suivie de f).

GÉOMÉTRIE

Faire une figure (unité : 1 cm).

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points A, B et C tels que

$$\vec{OA} = -\vec{i} - 3\vec{j}, \quad \vec{OB} = 5\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{OC} = 3\vec{i} + 4\vec{j}.$$

1. Calculer les normes des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} .
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. Quels sont les coordonnées du milieu M du bipoint (A, C)?
On considère le point D tel que $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BM}$.
Montrer que $\overrightarrow{OD} = -3 \vec{i}$.
3. Établir que (A, B, C, D) est un rectangle et que la médiatrice du segment [AB] passe par M.
4. Montrer que les points B, C et D appartiennent au cercle de centre M et de rayon MA.
(MA est la distance des points M et A.)