

∞ Brevet Dijon septembre 1977 ∞

Algèbre

Les parties I. II. III peuvent être traitées séparément.

Partie I.

Soient les polynômes :

$$\begin{aligned} A &= (x - 0,7)(x + 0,7) \\ B &= (2x + 1)^2 \\ C &= (x^2 - 0,49) + x(x + 0,3) - 0,7(x + 0,3) \end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner A , B , et C .
2. Mettre C sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.

Partie II.

Soit f la fonction rationnelle de la variable réelle x donnée par :

$$f(x) = \frac{(x - 0,7)(2x + 1)}{4x^2 + 4x + 1}.$$

1. Calculer, si elles existent, les images par f des réels suivants :

$$-0,5; \quad \frac{7}{10}; \quad 0,1.$$

2. Calculer $f(1,0625)$.
Le nombre $f(1,0625)$ est-il un nombre décimal?

Partie III.

1. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système

$$\begin{cases} -x + y + 0,7 &= 0 \\ 2x + y + 1 &= 0 \end{cases}$$

2. Soient g et h les fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} données par :

$$g(x) = x - 0,7 \quad \text{et} \quad h(x) = -2x - 1$$

Représenter graphiquement les fonctions g et h dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes Ox et Oy (unité : 1 cm).

Partie IV.

Soit p la fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} donnée par :

$$\begin{aligned} p(x) &= -2x - 1 & \text{si } x < -0,1 \\ p(x) &= x - 0,7 & \text{si } x \geq -0,1 \end{aligned}$$

Représenter graphiquement la fonction p dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) précédent.

Géométrie

Faire une figure (unité : 1 cm).

Dans un plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B, C, tels que :

$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = -3\vec{i} + 3\vec{j}, \quad \overrightarrow{OC} = -\vec{i} - \vec{j}.$$

Partie I.

1. Calculer les normes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AC} .
2. Montrer que le triangle (A, C, B) est rectangle et isocèle.

Partie II.

1. Calculer les coordonnées du milieu I de (A, B).
2. \mathcal{C} est le cercle, de centre I, passant par A.
Montrer que \mathcal{C} passe aussi par les points B et C.
3. \mathcal{C} coupe la médiatrice du segment [AB] en C et D.
Les points C et D sont distincts. Montrer que (A, C, B, D) est un carré.

Partie III.

Le point E est tel que (C, D, A, E) est un parallélogramme.

1. Montrer que les points B, C, E sont alignés et que la droite (AC) est la médiatrice du segment [BE].
2. La droite (DE) coupe la droite (CA) en J et la droite (BA) en H.
Calculer les coordonnées du point J et les coordonnées du point E.
3. On projette sur la droite (OJ), parallèlement à la droite (DE), les points A et B respectivement en A' et B'.

Montrer que :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JB'} &= 2\overrightarrow{A'J} \\ \overrightarrow{HB} &= 2\overrightarrow{AH} \\ \overrightarrow{HE} &= 2\overrightarrow{DH}.\end{aligned}$$