Brevet des collèges Dijon juin 1975

A. P. M. E. P.

I.

1. Soit les fonctions polynômes f et g de la variable x, de **R** vers **R**, données par

$$\begin{array}{rcl} f(x) &=& (2x+1)(7x+2)^2-(2x+1)(5x+1)^2\\ g(x) &=& 2x(1-2x)(12x+3)+(12x+3)(1-2x)\end{array}$$

   Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.

2. On considère les fonctions rationnelles p et r de la variable x, de **R** vers **R** , données par

$$p(x)=\frac{1-2x}{1+2x}\quad\text{et}\quad r(x)=\frac{(1-2x)(1+2x)(12x+3)}{3(2x+1)^2(4x+1)}$$

   Calculer $p\left(\dfrac{1}{3}\right)$ et $p\left(\dfrac{1}{18}\right)$.

   Montrer que le produit $\sqrt{p\left(\dfrac{1}{3}\right)}\cdot\sqrt{p\left(\dfrac{1}{18}\right)}$ est un nombre décimal.

   Montrer que la différence $p\left(\sqrt{5}\right)-r\left(\sqrt{5}\right)$ est un nombre entier.

3. Construire dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'axes Ox et Oy les représentations graphiques des deux fonctions affines de **R** vers **R**

$$x\longmapsto -2x+1 \qquad\text{et}\qquad x\longmapsto 2x+1.$$

   Déterminer graphiquement, puis par le calcul, les coordonnées de leur point d'intersection.

II. *Faire une figure. (Unité* : 1 cm).

Le plan est muni du repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On donne les points P, R, M, L tels que

$$\begin{array}{rclcrcl} \overrightarrow{\text{OP}} &=& -2\vec{\imath}+2\vec{\jmath} &;& \overrightarrow{\text{OR}} &=& 2\vec{\imath}+6\vec{\jmath}\\ \overrightarrow{\text{OM}} &=& 6\vec{\imath}+2\vec{\jmath} &;& \overrightarrow{\text{OL}} &=& 2\vec{\imath}-2\vec{\jmath}\end{array}$$

1. Vérifier les égalités suivantes :

$$\begin{array}{rcl} \overrightarrow{\text{PO}}+\overrightarrow{\text{OR}} &=& 4\vec{\imath}+4\vec{\jmath}\\ \overrightarrow{\text{LO}}+\overrightarrow{\text{OM}} &=& 4\vec{\imath}+4\vec{\jmath}\end{array}$$

   En déduire que (P, R, M, L) est un parallélogramme.

2. Calculer la norme de chacun des vecteurs $\overrightarrow{\text{RL}}$, $\overrightarrow{\text{MR}}$, $\overrightarrow{\text{ML}}$.
   En déduire que le triangle (L, M, R) est rectangle et isocèle.

3. Le point E est le symétrique du point M par rapport à R.
   On désigne par K le milieu de (R, L).
   Montrer que la droite (EP) est parallèle à la droite (RL).
4. A est le point d'intersection des droites (EP) et (ML).
   Montrer que L est le milieu de (M, A).
5. Montrer que la droite (MP) est la médiatrice des segments [RL] et [EA] .