

œ Brevet Dijon septembre 1988 œ

Première partie

L'unité de longueur est le mètre et l'unité de volume est le mètre cube.

Dans tout le problème, on prendra obligatoirement pour π la valeur approchée 3,14.

Le dessin ci-après (fig. 1) représente une cuve formée par un cylindre droit et une demi-sphère de même rayon. Les dimensions sont indiquées sur une coupe de cette cuve (fig. 2).

$$R = \frac{3}{2}.$$

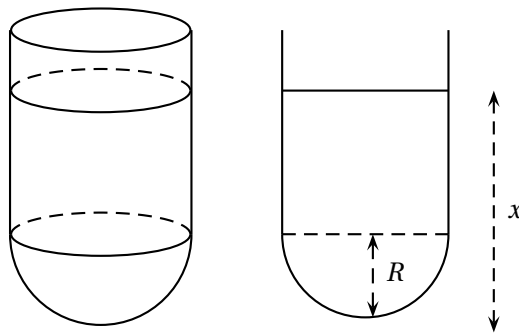


Figure 1

Figure 2

La mesure de la hauteur de liquide dans cette cuve est le nombre x positif ou nul.

On admettra que le volume \mathcal{V} de liquide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi R^2 x - \frac{\pi R^2}{3} \quad \text{pour } x \in \mathbb{R}.$$

1. Vérifier, en utilisant la formule précédente, que

$$\mathcal{V} = 3,14 \times \frac{9}{4} \left(x - \frac{1}{2} \right) \quad \text{pour } x \geq \frac{1}{2}.$$

2. Calculer \mathcal{V} pour $x = \frac{5}{3}$.

On écrira le résultat sous forme décimale.

3. Calculer x pour $\mathcal{V} = 15,7$.

En remarquant que $15,7 = 3,14 \times 5$, on écrira le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

On en donnera une valeur approchée à 0,01 près par défaut.

Deuxième partie

L'unité de longueur est le centimètre. On considère le triangle ABC tel que

$$BC = 12; \quad AB = 6; \quad AC = 6\sqrt{3}.$$

1. Prouver que le triangle ABC est rectangle en A.
Faire une figure soignée que l'on complétera au fur et à mesure.
On n'expliquera pas les constructions faites.
Calculer le cosinus de l'angle de sommet B de ce triangle.
En déduire la mesure en degrés de cet angle.
2. On appelle M le milieu du segment [BC] et R le point tel que M soit le milieu du segment [AR].
Placer le point R et démontrer que le quadrilatère ABRC est un rectangle.
Calculer BM et MA.
Quelle est la nature du triangle MBA?
3. Soit P le milieu du segment [BM]. On projette P orthogonalement en H sur la droite (AB).
Calculer le quotient $\frac{BP}{BC}$.
Calculer BH.

Troisième partie

Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) orthonormé.

L'unité sur les deux axes est le centimètre.

Soit les points A, B, A', B', C définis par

$$\vec{OA} = -4\vec{i} - 2\vec{j}; \vec{OB} = -3\vec{i} + 6\vec{j}; \vec{OA'} = -2\vec{i} + \vec{j}; \vec{OB'} = \frac{3}{2}\vec{i} - 3\vec{j}; \vec{OC} = 7\vec{i} - 4\vec{j}.$$

1. Prouver que les points O, A, A' sont alignés.
Même question pour les points O, B, B'.
Tracer les droites (AC) et (BC).
2. Vérifier que A' et B' sont les milieux respectifs des segments [CB] et [CA].
En déduire que la droite (OC) est une médiane du triangle ABC.