

∞ Brevet Djibouti juin 1980 ∞

Algèbre

Exercice 1

Soit deux applications f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que

$$f(x) = -3x + 4 \quad \text{et} \quad g(x) = 2x + 1.$$

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , $f(x) \leq g(x)$.
2. Soit h le polynôme tel que

$$h(x) = 5x^2 - 28x + 15.$$

Vérifier que

$$h(x) = [f(x)]^2 - [g(x)]^2,$$

puis factoriser $h(x)$.

3. Soit F la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par $h(x)$

$$F(x) = \frac{h(x)}{x^2 - 10x + 25}$$

- a. Simplifier $F(x)$.
- b. Calculer $F(\sqrt{3})$. Rendre rationnel le dénominateur du résultat.
- c. Résoudre dans \mathbb{R}

$$F(x) = 0 \quad \text{et} \quad F(x) < 0.$$

Exercice 2

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points

$$A(-1; -2), \quad B\left(\frac{11}{2}; -\frac{13}{2}\right), \quad C(10; 0).$$

Faire un dessin qui sera complété au cours du problème.

1. Calculer les normes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} .
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle et isocèle.
2. Calculer les coordonnées du centre I du cercle \mathcal{C} qui passe par les trois points A, B , et C .
3. Soit le vecteur $\vec{v} = -2\vec{i} + 11\vec{j}$.
Calculer les coordonnées du point D , image du point B par la translation de vecteur \vec{v} .
Montrer que D est le symétrique de B par rapport à I .
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?
4. a. Donner une équation de la droite (OA) .

b. On considère la droite (Δ) d'équation

$$y = -\frac{1}{2}x + 5.$$

Vérifier que le point C appartient à (Δ).

Calculer les coordonnées du point E, intersection des droites (Δ) et (OA).

5. a. Montrer que le triangle (A, C, E) est rectangle en E.

Le point E appartient-il au cercle \mathcal{C} ?

b. Encadrer par deux naturels consécutifs la mesure, en degré, de l'angle \widehat{EAC} du triangle (A, C, E) en utilisant le sinus de l'écart angulaire de cet angle (on se servira de l'extrait de table ci-dessous).

| | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sinus | 0,766 | 0,777 | 0,788 | 0,799 | 0,809 | 0,819 |
| Degrés | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |