

∞ Brevet Espagne–Portugal juin 1979 ∞

ALGÈBRE

Soient les fonctions polynômes f et g définies par :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto (3x-5)^2 - (4-x)^2$$

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto x^2 - 6x + 9 + (x-3)(x+2)$$

1. Développer $f(x)$ et $g(x)$ et les écrire sous la forme de polynômes réduits et ordonnés.
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 - a. $g(x) = 0$;
 - b. $g(x) = 3$;
 - c. $f(x) = g(x)$.
4. Soit k la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telle que

$$k(x) = \frac{4x-9}{x-3}$$

Quel est son ensemble de définition ?

Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telle que $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

Les fonctions rationnelles h et k sont-elles égales ?

5. Quel est l'ensemble des réels x tels que :
 - a. $k(x) = \frac{14}{5}$
 - b. $h(x) = \frac{14}{5}$.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on donne les points

$$A(-2; 1); \quad B(0; 5); \quad C(4; 3); \quad D(4; 1); \quad E(2; -1).$$

1.
 - a. Placer ces points.
 - b. Déterminer les coordonnées de K milieu de (A, C) .
 - c. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{KA} , \vec{KB} , \vec{KC} , \vec{KD} , \vec{KE} et calculer les normes de ces vecteurs.
En déduire que les points A, B, C, D, E appartiennent à un même cercle (G) .
2. Montrer que l'équation de la droite (L) tangente en B au cercle (G) est

$$x - 3y + 15 = 0$$

3.
 - a. Déterminer l'équation de la droite (AE) (on trouve $2y + x = 0$).
 - b. Calculer les coordonnées du point M commun aux droites (L) et (AE) .