

œ Brevet Étranger groupe II juin 1986 œ

Travaux numériques

Exercice 1

Soient les réels $A = \sqrt{5} + 3$ et $B = \sqrt{5} - 3$

1. Calculer A^2 , B^2 , $A \times B$.
2. Démontrer que $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$ est un entier relatif.
3. Écrire au moyen d'un seul radical : $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$.
4. Sachant que $2,235 < \sqrt{5} < 2,236$, donner la valeur décimale approchée par défaut, à 10^{-2} près, du réel $A - 2B$.

Exercice 2

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points :

$$A(-3; -4), \quad B(3; 2), \quad C(7; -2), \quad D(1; -8).$$

1. Calculer les coordonnées des vecteurs AB, AC, BC, AD.
2. Calculer $d(A,B)$, $d(A, C)$, $d(B, C)$ et en déduire que ABC est un triangle rectangle.
3. Démontrer que ABCD est un rectangle.
Calculer le rayon du cercle circonscrit à ce rectangle.
Déterminer les coordonnées du centre de ce cercle.

Exercice 3

f et g sont deux applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$\begin{aligned} f(x) &= (3x+4)^2 - (x-1)^2 \\ g(x) &= 4x^2 - 25 + (2x-1)(4x+10). \end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Soit h la fonction donnée par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{(2x+5)(6x-7)}.$$

- a. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.
- b. Simplifier l'écriture de $h(x)$.
- c. Résoudre dans \mathbb{R} chacune des équations suivantes :

$$\begin{aligned} h(x) &= 0 \\ h(x) &= 1 \\ h(x) &= \frac{7}{22} \end{aligned}$$

3. Construire dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) les droites : D_1 , d'équation $4x - y + 3 = 0$ et D_2 , d'équation $6x - y - 7 = 0$.
4. Déterminer graphiquement puis par le calcul, les coordonnées du point d'intersection des droites D_1 et D_2 .