

🌀 Brevet Centres étrangers juin 1982 🌀

Algèbre

On considère les applications f et g définies dans \mathbb{R} telles que

$$f(x) = (3x - 4)^2 - (x + 6)^2$$
$$g(x) = (2x + 1)(3x - 2) - (2x + 1)^2 - 4x - 2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. Comparer $f(x)$ et $g(x)$.
4.
 - a. Déterminer $g(\sqrt{3})$ et en déduire $f(\sqrt{3})$.
 - b. Déterminer $f(-2)$ et en déduire $g(-2)$.
5.
 - a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $g(x) = 0$.
 - b. Sans aucun autre calcul, en déduire l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$.
6.
 - a. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) \leq 0$.
 - b. En se servant des calculs et résultats de la question précédente résoudre l'inéquation $-g(x) \geq 0$.

Géométrie

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points :

$$A(0; 4), \quad B(-4; -4), \quad C(6; 1).$$

1. Faire une figure que l'on complétera par la suite (unité le centimètre).
2. Calculer les distances AB, AC et BC.
Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.
3. Soit F le centre du cercle circonscrit au triangle (A, B, C).
Calculer les coordonnées de F et le rayon du cercle.
4. Soit H la projection orthogonale de A sur la droite (BC).
Écrire une équation de la droite (BC) et une équation de la droite (AH).
En déduire les coordonnées de H.