

œ Brevet Europe de l'Est juin 1980 œ

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynôme

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x+1)^2 - (3x-5)^2, \\g(x) &= 4x^2 - 25 + (3x+1)(2x-5) - (20x-50).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $g(x)$.
2. Montrer que l'on peut écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme

$$f(x) = (5x-4)(6-x) \quad \text{et} \quad g(x) = (2x-5)(5x-4).$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- a. $f(x) = 0$;
- b. $f(x) = g(x)$.

4. Soit la fonction rationnelle h définie par

$$h(x) = \frac{2x-5}{g(x)} \times f(x).$$

- a. Préciser l'ensemble de définition de h .
- b. Simplifier $h(x)$.
- c. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $h(x) > 0$.
- d. Calculer $h(3\sqrt{5})$ à 10^{-1} près par défaut sachant que

$$2,236 < \sqrt{5} < 2,237.$$

GÉOMÉTRIE

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A, B, I et J définis par

$$\begin{aligned}\vec{OA} &= -3\vec{i} + 4\vec{j}, \\ \vec{OB} &= 4\vec{i} + 3\vec{j}, \\ \vec{OI} &= \vec{i}, \\ \vec{OJ} &= \vec{j}.\end{aligned}$$

1. Placer les points sur la figure, qui sera complétée au fur et à mesure.
2.
 - a. Soit K le milieu du segment [A, B], déterminer ses coordonnées.
 - b. Trouver les coordonnées du point D, symétrique de O par rapport à K.
3. Démontrer que le quadrilatère (O, A, D, B) est un carré.
4. Démontrer que les points I, J et A sont alignés.
5. Quelle est la nature du triangle (I, A, B) ?
6. Démontrer que les points O, A, D, B et I sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.