Brevet Europe du Nord juin 1999

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1 :

Soit P le poids d'une personne en kg et T sa taille en mètres.

Le nombre $I = \dfrac{P}{T^2}$ est appelé indice de corpulence.

Si l'indice de corpulence d'une personne est compris entre 25 et 30, cette personne est considérée comme étant en surcharge de poids.

Si le nombre I est supérieur à 30, elle est considérée comme obèse.

1. Tom pèse 75 kg et mesure $1,75$ m. Calculer son indice de corpulence.
2. Jim est en surcharge de poids et mesure $1,60$ m. Donner un encadrement de son poids.
3. Aux États-Unis, l'obésité est un problème de santé publique important. Une étude révèle que sur un échantillon de 2 625 personnes, 630 sont obèses.
   Quel est le pourcentage de personnes obèses dans cet échantillon ?
4. Sam se rend à un examen médical. La fiche de résultats indique : 66 kg soit 110 % du poids idéal.
   De combien de kilos doit-il maigrir s'il veut retrouver son poids idéal ?

Exercice 2 :

1. Développer $A(x) = (2x+1)(2x-1)$.
2. Calculer $A(x)$ pour $x = 5$.
3. Expliquer comment on peut utiliser la première question pour calculer $20\,001 \times 19\,999$.

Exercice 3 :

1. Résoudre le système : $\left\{\begin{array}{rcl} 7a+b & = & 2,7 \\ 4,5a+b & = & 2 \end{array}\right.$
2. Le tarif d'une communication téléphonique locale est calculé de la manière suivante : un coût fixe b pour les trois premières minutes, auquel rajoute un coût a pour chaque minute suivante (a et b sont exprimés en francs).
   Tom a extrait les renseignements suivants de sa facture de téléphone :

	Durée	Coût
Communications locales	10 min	2,70 F
	7 min 30 s	2,00 F

   a. En utilisant ces renseignements, expliquer pourquoi a et b vérifient le système de la question 1.
   b. Quel serait le coût d'une communication locale de 17min ?

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

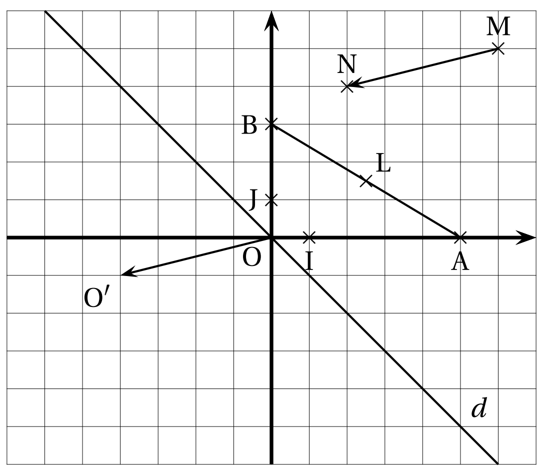
Exercice 1 :

Dans un repère orthonormal (O, I, J), on a tracé la droite d.
On considère les points A(5 ; 0) et B(0 ; 3).

1. Parmi les équations suivantes, quelle est celle de la droite d ?

$$y = x, \quad y = -x + 3, \quad y = -x, \quad y = x - 1, \quad y = -2x$$

2. Soit A′ et B′ les symétriques de A et B par rapport à la droite d.
   Placer les points A′ et B′ et lire leurs coordonnées.
3. Tracer la droite image de la droite d par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{MN}}$.
4. **a.** Calculer les coordonnées de L, milieu de [AB].
   b. Calculer l'équation de la droite (OL) et l'équation de la droite (A′B′).
   c. Montrer que les droites (OL) et (A′B′). sont perpendiculaires.

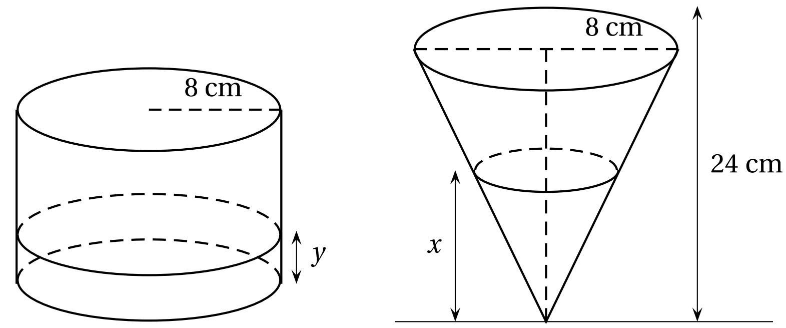


Exercice 2 :

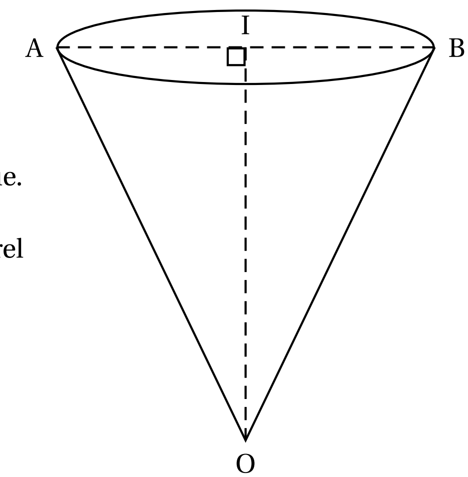
1. Construire un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{\text{ABC}} = 30°$ et AB = 6 cm.
2. Calculer une valeur approchée de AC (arrondir au mm près).
3. Le cercle de diamètre [AB] coupe le segment [BC] en H.
   Montrer que H est le pied de la hauteur issue de A.
4. Expliquer pourquoi H est aussi sur le cercle de diamètre [AC].

PROBLÈME

Dans ce problème, on considère deux récipients : l'un de forme conique, de rayon de base 8 cm et de hauteur 24 cm, l'autre de forme cylindrique, de rayon 8 cm également.
Le but du problème est de comparer les hauteurs d'eau dans les deux récipients lorsqu'ils contiennent le même volume d'eau.
Dans tout le problème, la hauteur d'eau dans le récipient conique est notée x et la hauteur d'eau dans le récipient cylindrique est notée y.



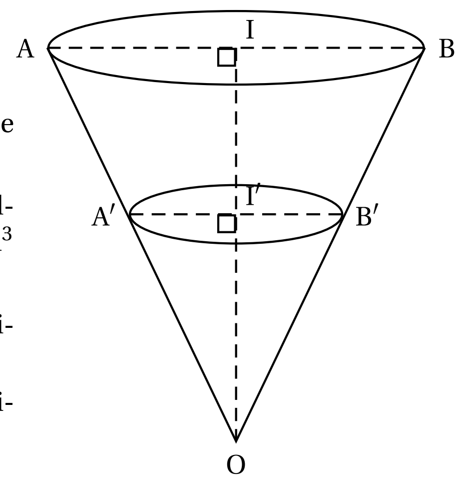
Partie I



Dans cette partie, on considère le récipient conique.
Calculer la longueur OB d'une génératrice du cône.
Écrire OB sous la forme $a\sqrt{b}$, où b est un entier naturel le plus petit possible.

Partie II

Dans le récipient conique, on verse de l'eau , jusqu'à une hauteur $x = 6$ cm.
Le liquide occupe un volume conique.



1. Calculer le rayon I′B′ du cercle de base , de ce volume conique.
2. En déduire le volume en cm^3 du liquide (résultats sous forme exacte puis arrondie à 0,1 cm^3 près).
3. On verse le même volume d'eau dans le récipient cylindrique.

   Quelle est la hauteur y de liquide dans le récipient cylindrique ?

   Donner le résultat en cm, puis en mm.

Partie III

En météorologie, la quantité de pluie tombée se mesure en hauteur d'eau. En général, dans les régions tempérées, une pluie normale donne quelques millimètres d'eau.
Un récipient cylindrique recueillant la pluie donnerait directement cette hauteur, mais ce ne serait pas facile à lire. On utilise donc parfois un récipient conique pour recueillir la pluie. Un tel récipient est appelé pluviomètre.

Dans cette partie, on prend comme pluviomètre le récipient de forme conique des parties précédentes (rayon de base : 8 cm, hauteur : 24 cm).
Soit x la hauteur d'eau dans le pluviomètre (en cm) et y la hauteur de pluie correspondante (en cm).
On admet que $y = \left(\dfrac{x}{12}\right)^3$.

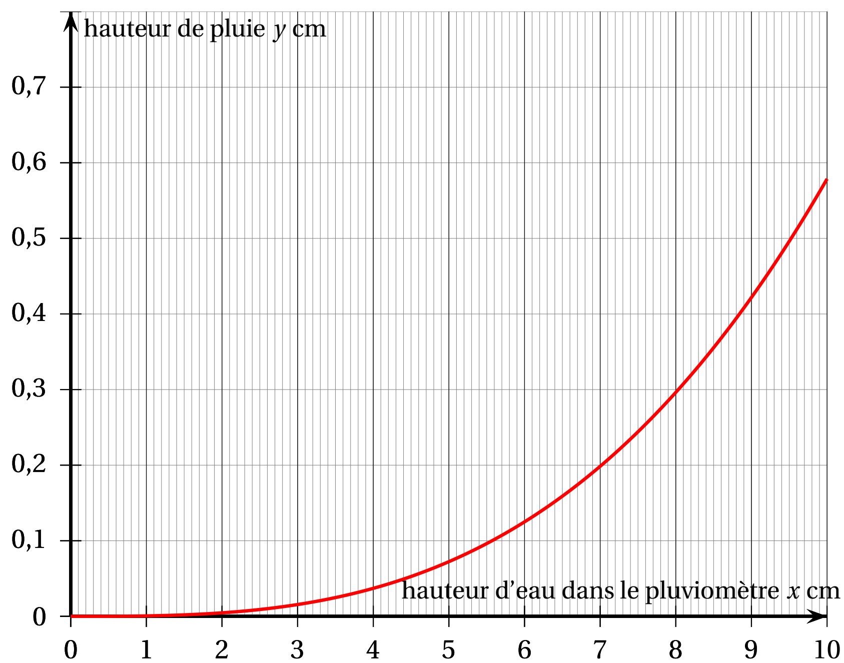
1. Retrouver le résultat de la question 3. de la deuxième partie.

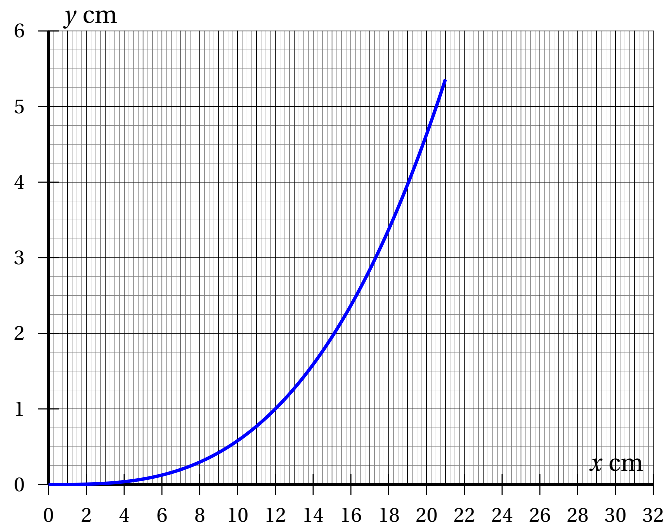
2. Recopier et compléter le tableau :

Hauteur d'eau x dans le pluviomètre (en cm)	12	18	24
Hauteur de pluie y (en cm)			
Hauteur de pluie en mm			

La hauteur de pluie est-elle proportionnelle à la hauteur d'eau dans le pluviomètre ?

3. Les deux graphiques suivants représentent, à des échelles différentes, la hauteur de pluie y en fonction de la hauteur d'eau x dans le pluviomètre :





a. Lundi, une averse a donné 3 mm de pluie. Mardi, une averse a donné 30 mm de pluie.

Pour chacune de ces averses, lire graphiquement la hauteur d'eau recueillie par le pluviomètre.

b. Jeudi, une averse a donné 7,5 cm d'eau dans le pluviomètre. Vendredi, une averse a donné 16 cm d'eau dans le pluviomètre.

Lire graphiquement la hauteur de pluie donnée par chacune de ces averses.