

œ Brevet Grenoble juin 1978 œ

Algèbre

On considère deux fonctions polynômes définies dans \mathbb{R} par

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x-1)(3x-2) - (4x-2)(x-4) \text{ et} \\g(x) &= (x-3)^2 - (3x+1)^2.\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ puis $g(x)$.
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. Calculer $f(0)$, $g(0)$ et $g(-2)$.
4.
 - a. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
 - b. f est-elle une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} ?
5. Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$h(x) = \frac{-4(2x-1)(x+2)}{(2x-1)(x+6)}.$$

- a. Quel est son ensemble de définition?
- b. Simplifier $h(x)$ dans cet ensemble.
- c. Calculer $h(\sqrt{3}-6)$; écrire la réponse sous la forme $\frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{N}$).
- d. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ donner un encadrement de $h(\sqrt{3}-6)$.
Connaît-on ainsi les deux premières décimales de l'écriture avec partie décimale illimitée de ce réel?

Géométrie

Dans un plan (P) rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points

$$A(-1; 4), \quad B(3; -4) \quad \text{et} \quad C(-1; -8).$$

1. Faire une figure (unité : le centimètre).
2. Calculer les coordonnées du point D tel que (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
3. Calculer les distances $d(D, C)$, $d(B, D)$ et $d(D, C)$.
4. Soit M le milieu du bipoint (B, C).
Montrer que la droite (DM) est la médiatrice du segment [BC].
5. Soit I le milieu du bipoint (B, D); soit N le point d'intersection des droites MI et AD.
Montrer que N est le milieu du bipoint (A, D).
6. Montrer que (B, N, D, M) est un rectangle.