

œ Brevet Grenoble juin 1980 œ

Algèbre

On considère les applications f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (x+8)^2 - (2x+1)^2 \\g(x) &= (x+3)(2x-1) + (2x+6)(1-x) - (x+3)(x-4).\end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner les polynômes $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
En déduire que $f(x) - g(x)$ peut s'écrire $-2(x+3)(x-8)$.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $f(x) = g(x)$.
4. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{x^2 + 6x + 9}{f(x) - g(x)}$$

- a. Quel est le domaine de définition de h ?
Simplifier l'écriture de $h(x)$.
- b. Calculer $h(\sqrt{2})$; on écrira le résultat de telle sorte que le dénominateur soit un entier.
- c. Sachant que $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$, donner la valeur approchée à 10^{-1} près par défaut de $h(\sqrt{2})$.

Géométrie

Dans le plan euclidien (P) rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points I, A et B définis par leurs coordonnées :

$$I(-1; 2), \quad A(1; 4), \quad B(2; -1)$$

1.
 - a. Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{IA} , \vec{IB} et \vec{AB} .
 - b. Démontrer que le triangle (A, I, B) est rectangle en I.
2. Soit C le point de coordonnées $(-3; 0)$.
 - a. Calculer les coordonnées de I' milieu de (A, C).
Quelle remarque peut-on faire?
 - b. Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à I.
 - c. Démontrer que le quadrilatère (A, B, C, D) est un losange.
3.
 - a. Calculer les coordonnées du point E tel que $\vec{BE} = \vec{DC}$.
 - b. Montrer, si possible sans calcul, que B est le milieu de (A, E) et que les points A, C et E appartiennent à un même cercle de centre B.
Calculer ensuite le rayon r de ce cercle,
 - c. Le triangle (A, C, E) est-il rectangle en C?