

🌀 Brevet Grenoble juin 1967 🌀

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit un triangle ABC rectangle en A; les côtés de l'angle droit mesurent $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Par un point D de [AC] tel que $CD = x$, on mène la parallèle à (AB), qui rencontre (BC) en E.

1. Évaluer les mesures BC, AD, DE, CE et EB.

On désigne par y le périmètre du trapèze ADEB et par y' celui du triangle CDE.

Démontrer que

$$y = -3x + 24 \quad \text{et} \quad y' = 3x.$$

2. Représenter graphiquement, dans un même système d'axes rectangulaires, les variations de ces périmètres lorsque le point D se déplace entre C et A.
3. Déterminer par le calcul et graphiquement pour quelle valeur de x ces deux périmètres sont égaux.
4. Calculer la valeur de x pour laquelle le rapport $\frac{y'}{y}$ est égal à $\frac{6}{5}$.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle isocèle ABC ($AB = AC$) inscrit dans un cercle de centre O et de rayon R .

On marque un point D sur l'arc \widehat{BC} ne contenant pas A (plus près de C que de B); (AD) coupe (BC) en E.

1. Montrer que les triangles AEC et ADC sont semblables; en déduire la relation

$$AC^2 = AE \times AD.$$

2. Montrer que le cercle circonscrit au triangle EDC est tangent en C à (AC).
3. La perpendiculaire à (AD) issue de C coupe (AD) en H et (BD) en I.
Montrer que le triangle IAC est isocèle.
4. On suppose maintenant que le triangle ABC est isocèle et rectangle ($\widehat{BAC} = 1$ droit) et que l'angle \widehat{CAD} mesure 30° .
Évaluer, en fonction de R (rayon du cercle circonscrit au triangle ABC), la longueur des segments [AC], [AH], [HD] et [DI].