

∞ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ∞  
Grenoble juin 1969

**ALGÈBRE**

On considère un carré ABCD ; la mesure des côtés en centimètres est 6.

Le point M est sur le segment [AB] et la mesure de [MB] en centimètres est désignée par  $x$ .

Le point N est sur le segment [DC] et tel que  $DN = 2MB$ .

1. Déterminer les nombres entre lesquels  $x$  peut varier.
2. Exprimer en fonction de  $x$  la mesure en centimètres carrés de l'aire,  $y_1$  du polygone MBCN, puis celle du polygone AMND, que l'on appellera  $y_2$ .
3. Étudier les variations de  $y_1$  et de  $y_2$  quand  $x$  décrit l'intervalle trouvé dans la question 1.
4. Peut-on trouver  $x$  dans les trois cas suivants :
  - a.  $y_1 = y_2$  ;
  - b.  $5y_1 = y_2$  ;
  - c. le polygone MBCN est un rectangle ?
5. Que peut-on dire du point commun aux deux représentations graphiques ?

**N. B.** - Les représentations graphiques se feront relativement à un même système d'axes perpendiculaires.

On prendra comme unité de longueur 2 cm sur  $Ox$  et  $\frac{1}{3}$  cm sur  $Oy$ .

**GÉOMÉTRIE**

On donne un cercle (O), de centre O, de diamètre [CD] tel que  $CD = 2R$ .

Soit [AB] une corde de ce cercle parallèle à [CD].

1. Quelle est la nature du triangle ACD ?  
Établir que, dans le triangle ABC,  $\widehat{A} - \widehat{B} = 90^\circ$ .
2. Établir que  $BC^2 + AC^2 = 4R^2$ .
3. Soit [AH] la hauteur issue de A pour le triangle ABC.  
Établir que les triangles BAH et DCA sont semblables.  
En déduire que  $AH = \frac{AB \times AC}{2R}$ .
4. Dans cette dernière question, on suppose, de plus, que  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ .  
Calculer les longueurs AC, AB, BC et AH en fonction de  $R$ .  
Donner la mesure approchée de BC, à 1 mm près par défaut, lorsque  $R = 7$  dm.  
Justifier l'approximation.