

🌀 Brevet des collèges Grenoble juin 1972 🌀

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

1. Mettre les expressions

$$A(x) = (3 - 2x)(5 - x) \text{ et}$$

$$B(x) = (3 - 2x)(x + 2)$$

sous la forme de polynômes réduits et ordonnés.

2. Montrer alors que l'expression

$$E(x) = \frac{(2x+1)(5-x)}{2x^2-13x+15} - \frac{(3x-5)(x+2)}{-2x^2-x+6} + \frac{(x-6)(6-4x)}{(3-2x)^2}$$

peut, sous certaines conditions, que l'on précisera, se mettre sous la forme

$$E'(x) = \frac{x-6}{3-2x}.$$

3. Pour quelle valeur de x a-t-on $E'(x) = 1$?

4. Calculer une valeur numérique approchée à $\frac{1}{1000}$ près de $E'(x)$ pour $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Construire, dans le même repère orthonormé, les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives

$$y_1 = x - 6 \quad \text{et} \quad y_2 = 3 - 2x.$$

Peut-on retrouver alors les résultats de la question 3. ?

GÉOMÉTRIE

Soit un rectangle (ABCD) tel que

$$AB = DC = 5a \quad \text{et} \quad AD = BC = 2a,$$

a étant une longueur donnée.

Soit le point H de (AB), situé entre A et B et tel que $AH = a$.

1. Comparer les triangles (DAH) et (HBC).
2. Montrer que le triangle (DHC) est rectangle.
3. M est le milieu de [DC] ; la perpendiculaire en M à (DC) coupe (HC) en N.
Montrer que le quadrilatère (DHNM) est inscriptible dans un cercle, dont on précisera le centre O.
4. Calculer la puissance de C par rapport à ce cercle.
En déduire, en fonction de a , les longueurs CN, MN, ainsi que le rayon du cercle.