

~ Brevet des collèges Grenoble juin 1973 ~

Algèbre

1. Soit les trois fonctions polynômes f , g et h définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= 3x^2 - 12, \\g(x) &= 2x^2 - 8x + 8, \\h(x) &= (x^2 - 2x) + (x\sqrt{3} - 2\sqrt{3}).\end{aligned}$$

2. Écrire chacun des polynômes $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré et faire apparaître un facteur commun dans $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$
3. Écrire le polynôme $P(x) = f(x) + g(x) + h(x)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du premier degré.
4. Résoudre, dans \mathbf{R} (ensemble des nombres réels) l'équation $P(x) = 0$.
5. Soit la fonction rationnelle, F , définie par

$$F(x) = \frac{(x-2)(6x+2+\sqrt{3})}{(x-1)(x-2)}.$$

- a. Quel est son domaine de définition?
- b. Simplifier $F(4)$.
- c. Calculer $F(\sqrt{3})$.

Donner le résultat sous forme d'un quotient ayant un dénominateur entier.

Géométrie

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

On considère les points A, B et C, définis par leurs coordonnées

$$A(0; 2), \quad B(-1; 0) \quad \text{et} \quad C(x; 0)$$

où x est un nombre réel.

- a. Calculer la distance de A à B (on la notera AB), puis calculer, en fonction de x , les distances BC et AC.
- b. Déterminer x pour que le triangle (ABC) soit rectangle en A.
2. On donne à x la valeur 1.
- a. Soit I le milieu de (B, C).
Quelles sont les coordonnées de I?
- b. Déterminer les coordonnées du point D tel que (A, C, D, B) soit un parallélogramme.

- c. Évaluer la distance AD.
3. On considère le cercle (C) de centre I passant par A.
- a. Quel est le point diamétralement opposé à A sur ce cercle?
- b. Calculer α pour que le point M de coordonnées $\left(-\frac{1}{2}; y\right)$ appartienne au cercle (C).