

œ Brevet Grenoble juin 1977 œ

Algèbre

1. Développer et réduire le polynôme :

$$(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) + (x+1)^2 - 2(x-2)^2 + 2x + 6.$$

2. Soit f l'application affine de \mathbb{R} dans $\mathbb{R} : x \mapsto 12x - 3$.

- a. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement de $f(-\sqrt{3})$.

Connait-on ainsi les deux premières décimales de l'écriture avec partie décimale illimitée du réel $f(-\sqrt{3})$?

- b. $f(x)$ désignant l'image de x par l'application f , résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$f(x) = 81.$$

- c. On voudrait que $f(x)$ soit strictement comprise entre 80,7 et 81,3; à quel intervalle doit appartenir x pour qu'il en soit ainsi?

- d. Quelle est la bijection réciproque de la bijection f ?

3. Factoriser le polynôme : $16x^2 - 1 - (4x - 1)(x - 4)$.

4. \mathcal{E} désignant l'ensemble des nombres réels différents de $-\frac{5}{3}$ et de $\frac{1}{4}$ soit g l'application :

$$\begin{array}{l} \mathcal{E} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{12x - 3}{(4x - 1)(3x + 5)} \end{array}$$

- a. Pourquoi g est-elle une application?

- b. Écrire plus simplement $g(x)$. (Rappelons que $g(x)$ désigne l'image de x par l'application g).

On voudrait que $g(x)$ soit strictement positive; à quel sous-ensemble de \mathbb{R} doit appartenir x pour qu'il en soit ainsi?

Géométrie

Dans un plan P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points A, B, C et D tels que :

$$\vec{OA} = -3\vec{i} + 4\vec{j}; \quad \vec{OB} = -\vec{i} + \vec{j}; \quad 3\vec{BC} = 2\vec{AC}.$$

1. Faire une figure (unité : le centimètre).
2. Montrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme et déterminer les coordonnées de son centre M.
3. a. Calculer les distances $d(A, B)$, $d(B, C)$, $d(C, A)$ et montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.
b. Calculer à un degré près l'écart angulaire α de l'angle géométrique \widehat{ABC} .

4. Soit E la projection orthogonale du point D sur la droite (AB).
- Montrer que (A, C, D, E) est un rectangle et que A est le milieu du segment [BE].
 - Soit H le point d'intersection des diagonales du rectangle (A, C, D, E).
Quelle est la distance de H à M?

Degrés	Cosinus	Sinus	Tangente
55	0,574	0,819	1,428
56	0,559	0,829	1,483
57	0,545	0,839	1,540
58	0,530	0,848	1,600
59	0,515	0,857	1,664
60	0,500	0,866	1,732