

œ Brevet Grenoble juin 1979 œ

Algèbre

On donne deux fonctions numériques de la variable réelle x définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-5)^2 - (3x-5)(2x+3) \text{ et} \\g(x) &= (7x-4)^2 - (4x+1)^2.\end{aligned}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné. Montrer que le polynôme

$$P(x) = 11f(x) - g(x)$$

est du premier degré.

Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation : $P(x) = 0$.

Écrire la solution sous forme d'une fraction irréductible.

2. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.
3. On considère la fonction de la variable x définie par

$$h(x) = \frac{f(x)}{(3x-5)(11x-3)}.$$

- a. Quel est son domaine de définition E ?
 - b. Simplifier cette fraction rationnelle.
4. Soit $h'(x)$ la fraction obtenue; calculer $h'(\sqrt{3})$.
Écrire le résultat sous forme d'une fraction dont le dénominateur est un entier.

Géométrie

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

On considère le point C de coordonnées (8; 0) et la droite (D) représentative de la fonction f définie, dans \mathbb{R} par

$$y = f(x) = \frac{3}{2}(x+5).$$

1. Soit A le point de (D) dont l'abscisse est -1 .
Quelle est son ordonnée?
Soit B le point de (D) dont l'ordonnée est nulle.
Quelle est son abscisse?
Le point F, de coordonnées $(-22; -25)$, appartient-il à cette droite?
2. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.
3. Quelles sont les coordonnées du point M, milieu de (A, C)?
4. Quelles sont les coordonnées du point E tel que \vec{AE} et \vec{BC} soient égaux?
Quelle est la nature du quadrilatère (A, B, C, E)?
5. Les points B, M et E sont-ils alignés? Justifier la réponse.