

## ∞ Brevet des collèges Grenoble septembre 1973 ∞

### ALGÈBRE

On désigne par  $f$  et  $g$  deux fonctions numériques.

La première,  $f$ , associe à tout nombre réel  $x$  une image  $f(x)$  donnée par

$$f(x) = (2x + 5)^2 - (x - 3)^2.$$

La seconde,  $g$ , associe à tout nombre réel  $x$  une image  $g(x)$  donnée par

$$g(x) = (x + 8)(x^2 + 6x + 10) - (x + 8)(x - 4)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$  par rapport aux puissances décroissantes de la variable  $x$ ; faire de même pour  $g(x)$ .
2. Écrire sous forme de produits de facteurs du premier degré  $f(x)$ , puis  $g(x)$ .
3. Résoudre dans  $\mathbf{R}$  (ensemble des nombres réels) les deux équations  $f(x) = 0$  et  $g(x) = 0$ .
4. On appelle  $F$  la fonction qui au nombre réel  $x$  fait correspondre

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Quel est le domaine de définition de  $F$ ?

Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation  $F(x) = 0$ .

5. Résoudre dans  $\mathbf{R}$  le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2 > 0, \\ 14x - 6 < 0 \end{cases}$$

et en déduire le signe de  $F(x)$  si  $-\frac{2}{3} < x < \frac{3}{7}$ .

### GÉOMÉTRIE

Dans un plan  $(P)$  muni d'un repère orthonormé, on donne les points L, M, N et B par leurs coordonnées :

$$L(0; 1), \quad M(-1; 3), \quad N(4; 3) \quad \text{et} \quad B(5; 1).$$

1. Montrer que (L, M, N, B) est un parallélogramme.
2. On mène par M la parallèle à la diagonale (LN) du parallélogramme (L, M, N, B); elle coupe la droite (BN) en A et la droite (BL) en C.  
Démontrer que (M, A, N, L) et (M, N, L, C) sont des parallélogrammes.
3. Calculer les coordonnées des points C et A (on pourra éventuellement montrer que N et L sont les milieux respectifs de (A, B) et (B, C).  
Calculer les distances de A à B, de A à C, de B à C.  
En déduire que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
4. Soit  $c$  l'écart angulaire (ou angle) déterminé par les demi-droites [CA) et [CB).  
Calculer  $\sin c$  et donner sa valeur approchée par défaut à  $\frac{1}{1000}$  près (on donne  $\sqrt{5} \approx 2,236$ ).