

∞ Brevet des collèges Grenoble septembre 1976 ∞

ALGÈBRE

On donne la fonction polynôme f , dans \mathbf{R} , définie par

$$f(x) = (x^2 + 6x + 9)(1 - 2x) - (x + 3)(1 - 4x^2).$$

1. Écrire $f(x)$ sous forme réduite et ordonnée.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.
3. Soit g la fonction rationnelle, dans \mathbf{R} , définie par

$$g(x) = \frac{2x^3 + x^2 - 13x + 6}{(-x - 3)(2 - x)^2}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition de g ?
 - b. Simplifier $g(x)$.
 - c. Calculer $g\left(\frac{1}{3}\right)$ et $g(\sqrt{3})$.
 - d. Résoudre, dans \mathbf{R} , l'équation $g(x) = 1$.
4. Dans un même repère, représenter graphiquement les fonctions h et k suivantes :

$$\begin{array}{l} h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \\ x \mapsto h(x) = 1 - 2x. \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} k: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \\ x \mapsto k(x) = x - 2. \end{array}$$

Comment utiliser ce graphique pour vérifier la réponse à la question 3. d. ?

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC. O le milieu du segment [BC] et D le symétrique de A par rapport à O. On désigne par E, F, G et H les milieux respectifs des segments [BA], [AC], [CD] et [DB].

1. Démontrer que (E, F, G, H) est un parallélogramme.
2. Démontrer que H et F, d'une part, E et G, d'autre part, sont symétriques par rapport à O.
3. Comment faut-il choisir le triangle ABC pour que (E, F, G, H) soit un rectangle?
4. On suppose que le triangle ABC est isocèle, que les longueurs des segments [AB] et [AC] sont 8 cm et que la longueur de [BC] est 7 cm.
 - a. Calculer les longueurs des côtés de (E, F, G, H).
 - b. Encadrer éventuellement les résultats par deux nombres de la forme

$$a \cdot 10^{-1} \text{ et } (a + 1) \cdot 10^{-1}, \text{ où } a \in \mathbb{N}.$$