

🌀 Brevet Grenoble septembre 1978 🌀

Algèbre

Soient f et g les applications polynômes définies par :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto (5x+3)^2 - (2x-5)^2 \\ g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto 49x^2 - 4 - (7x-2)(8x-2). \end{aligned}$$

1. Développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de x les deux polynômes $f(x)$ et $g(x)$.
2. Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = g(x)$.
4. Soit h la fonction rationnelle de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par :

$$h(x) = \frac{(7x-2)(3x+8)}{(7x-2)(-x+4)}.$$

Donner l'ensemble de définition \mathcal{D} de cette fonction.

Si x est élément de \mathcal{D} , simplifier $h(x)$.

5. Le plan est rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Construire les représentations graphiques D_1 et D_2 des applications affines f_1 et f_2 telles que :

$$\begin{aligned} f_1: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} & f_2: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto 3x+8 & x &\mapsto -x+4. \end{aligned}$$

Calculer les coordonnées du point d'intersection A de D_1 et D_2 .

Géométrie

Dans un plan (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B, C tels que :

$$\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = 8\vec{i} + 5\vec{j}, \quad \vec{OC} = \frac{5}{2}\vec{i} + 4\vec{j}.$$

1. Faire une figure (unité : le centimètre).
2. Calculer les distances $d(A,B)$, $d(B,C)$ et $d(C,A)$.
Montrer que le triangle ABC est rectangle.
3. Calculer les coordonnées du point D tel que (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
4. Soit E le point symétrique du point B par rapport au point A et F le point symétrique du point A par rapport au point C.
Comparer $d(A,F)$, $d(A,B)$ et $d(A,E)$.
Que peut-on en déduire pour le triangle BEF?
5. La droite (DE) est-elle tangente au cercle passant par les points E, F et B?