

œ Brevet Grenoble septembre 1979 œ

ALGÈBRE

Soit la fonction polynôme définie par

$$f(x) = x^2 - 25 - (2x + 10)(3x - 4).$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
3. Résoudre, dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
On désigne par S l'ensemble des solutions. Donner les ensembles $S \cap \mathbb{Q}$, $S \cap \mathbb{Z}$ et $S \cap \mathbb{N}$.
4. Calculer $f(0)$; $f\left(\frac{3}{5}\right)$ et $f(\sqrt{2})$.
On écrira ce dernier nombre sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b seront éléments de \mathbb{Z} .
5. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{x^2 + 10x + 25}{(x + 5)(3 - 5x)}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition E de h ?
 - b. Simplifier l'écriture de $h(x)$.
6. Résoudre, dans E , l'équation $h(x) = 0$.
 7. Résoudre, dans E , l'équation $h(x) = 1$.

GÉOMÉTRIE

Dans un plan rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) –on prendra comme unité le centimètre –, on considère les points :

$$A(-5 ; 3) ; \quad B(-2 ; 0) ; \quad C(0 ; 2).$$

1. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère (A, B, C, D) soit un parallélogramme.
Que peut-on dire de ce parallélogramme?
3. On désigne par \mathcal{C} le cercle de centre C passant par B.
Ce cercle coupe l'axe des ordonnées (O, \vec{j}) en E et en E'. (E désigne le point d'ordonnée positive et E' l'autre.)
 - a. Quelle est la nature du triangle (B, C, E) ?
 - b. Déterminer les coordonnées des points E et E'.
4.
 - a. Calculer la tangente de \widehat{ABE} .
 - b. Montrer que le triangle (O, B, C) est isocèle et rectangle en O.
 - c. En déduire la mesure en degrés de \widehat{BCO} , \widehat{BCE} et \widehat{CEB} .
5. À l'aide du triangle (B, O, E), trouver la tangente de $67,5^\circ$ (ou 67 degrés 30 minutes).