

œ Brevet des collèges Grenoble juin 1975 œ

I.

On donne la fonction numérique f , définie par

$$f(x) = (4x - 3)^2 - (2 - 3x)^2.$$

1.
 - a. Écrire $f(x)$ sous forme de polynôme réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de la variable x .
 - b. Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de polynômes du premier degré.
2. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels \mathbf{R} l'équation $f(x) = 0$.
3. On donne la fonction numérique g définie par :

$$g(x) = \frac{3f(x)}{10 - 14x}.$$

- a. Quel est son domaine de définition?
 - b. Simplifier $g(x)$.
 - c. Calculer $g\left(\frac{-5}{21}\right)$ et $g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
Donner un encadrement à 10^{-3} près de chaque résultat, sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.
4. Représenter graphiquement la fonction numérique g définie dans la troisième question dans un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) .

II.

Dans un plan P rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B, C définis par leurs coordonnées :

$$A(-2; 2), \quad B(2; 0), \quad C(x; 3), \quad x \in \mathbf{R}$$

1. Déterminer la valeur de x pour laquelle C appartient à la médiatrice de (A, B) .
Par la suite, on adoptera 1 pour valeur de x et l'on considèrera donc le point $C(1; 3)$.
2. On considère le cercle (C) de centre C passant par A et B .
Quel est son rayon r ?
Déterminer par leurs coordonnées les points A' et B' respectivement diamétralement opposés à A et B sur le cercle (C) .
3. Montrer que le triangle ABA' est isocèle rectangle.
En déduire la nature du quadruplet (A, B, A', B') .
4. Montrer que le cercle (C) passe par O .
Quels sont les points d'intersection du cercle (C) avec les axes du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .