

☺ Grenoble juin 1999 ☺

PARTIE NUMÉRIQUE

Pour chaque question, on indiquera les différentes étapes du calcul

Exercice 1

On considère les nombres

$$A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{5}}{2 + \frac{1}{6}} \quad B = 4\sqrt{3} - 2 \quad C = 2\sqrt{27} + 3.$$

1. Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction aussi simplifiée que possible.
2. Calculer $B + C$, puis B^2 (on donnera chaque résultat sous la forme $a + b\sqrt{3}$, où a et b sont des nombres entiers).

Exercice 2

Soit $E = (5x - 2)^2 - 9$.

1. Développer E .
2. Factoriser E .
3. Calculer E pour $x = -2$.
4. Résoudre l'équation $(5x - 5)(5x + 1) = 0$.

Exercice 3

Les employés d'une petite entreprise sont classés en quatre catégories A, B, C et D. Pour chaque catégorie, le salaire mensuel en francs de chaque employé, ainsi que le nombre d'employés, est donné dans un tableau.

Voici le tableau pour les mois de janvier et de février :

Catégorie	A	B	C	D
Salaire mensuel en francs	7 000	9 000	10 000	12 000
Nombre d'employés en janvier	3	4	8	5
Nombre d'employés en février	6	x	y	7

1. Calculer le salaire mensuel moyen des employés de cette entreprise en janvier.
2. On sait qu'en février, il y a quatre fois plus d'employés dans la catégorie C que dans la catégorie B et que le montant total des salaires est de 273 000 F.
 - a. Exprimer y en fonction de x .

- b. Calculer x et y .

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

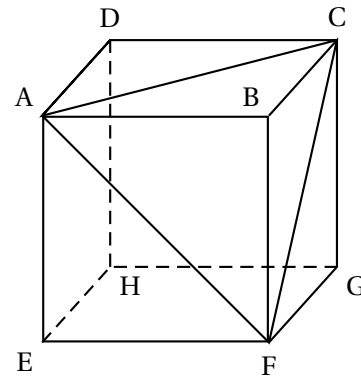
L'unité est le centimètre.

1. Construire un triangle RST tel que : $RS = 4,5$; $ST = 6$; $RT = 7,5$
On laissera les traits de construction.
2. Montrer que le triangle RST est rectangle.
3. a. Tracer le cercle (C) de centre R et de rayon 4,5. Le cercle (C) coupe le segment [RT] en K.
b. Tracer la droite d passant par le point K et parallèle à la droite (RS). cette droite d coupe le segment [TS] en un point L. Placer ce point sur la figure.
c. Calculer KL.
4. Calculer l'angle S TR (on donnera l'arrondi au degré).

Exercice 2

On considère la figure ci-contre où ABCDEFGH est un cube de côté 3 cm.

1. Montrer que le triangle ACF est équilatéral.
2. On considère alors la pyramide CABF, de base le triangle ABF et de hauteur CB.
a. Calculer le volume de cette pyramide.
b. Dessiner un patron de cette pyramide; on laissera les traits de construction.



PROBLÈME

Première partie

La famille Martin possède le terrain ABCD et veut faire construire sur ce terrain une maison BEFG comme indiqué sur la figure ci-contre.

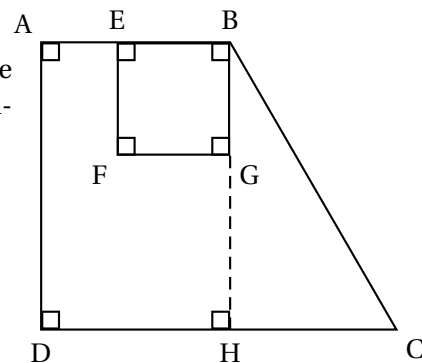
ABCD est un trapèze.

BEFG est un rectangle.

L'unité de longueur est le mètre.

On donne $AB = 15$; $AD = 20$; $DC = 25$; $AE = 7$.

Montrer que l'aire du terrain est 400 m^2 .



La réglementation municipale impose que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

Condition n° 1 : l'aire de la maison est supérieure ou égale à 60 m^2 .

Condition n° 2 : le nombre K défini par $K = \frac{\text{aire de la maison}}{\text{aire du terrain}}$ est tel que $K < 0,3$.

Les deuxième, troisième et quatrième parties du problème peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Deuxième partie

On donne à GH successivement les valeurs 3, 2 puis 10 puis 13.

1. Pour chacune de ces valeurs de GH, calculer l'aire \mathcal{M} de la maison et dire si la condition n° 1 est vérifiée.
2. Pour chacune de ces valeurs de GH, calculer le nombre K et dire si la condition n° 2 est vérifiée.
3. Pour laquelle de ces trois valeurs de GH la construction de la maison est-elle autorisée?

Troisième partie

Dans cette partie, on pose $GH = x$.

1.
 - a. Exprimer la longueur BG en fonction de x .
 - b. Calculer l'aire de la maison en fonction de x .
2. Dans un repère orthogonal, on choisit les unités graphiques suivantes : sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 m; sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 10 m².
Tracer la droite d'équation $y = 160 - 8x$.
3. Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes (on fera apparaître les constructions utiles) :
 - a. Quelle est l'aire de la maison lorsque $x = 5$?
 - b. Pour quelle valeur de x l'aire de la maison est-elle 100 m²?
 - c. Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles on a $160 - 8x \geq 60$? (On rappelle que $x \geq 0$.)
4. Déterminer par le calcul les valeurs de x pour lesquelles

$$\frac{180 - 4x}{400} \leq 0,3$$

5. Dédire des questions 3 et 4, les valeurs de x pour lesquelles les conditions n° 1 et n° 2 sont vérifiées.

Quatrième partie

La maison de la famille Martin est construite sur une dalle en béton dont le volume est 18 m³. Pour faire ce béton, Monsieur Martin utilise une bétonnière qui malaxe chaque fois 350 litres. Combien de fois devra-t-il faire fonctionner la bétonnière?