Brevet des collèges Groupe I juin 1974

ALGÈBRE

On considère la fonction polynôme p définie par

$$p(x) = (x+1)^2 - 9.$$

1. **a.** Montrer que p est le produit de deux fonctions polynômes du premier degré.
   b. Calculer $p(-4)$ et $p(-1)$.
2. On considère la fonction polynôme q définie par

$$q(x) = (x+4)(3x-1) + x^2 - 16.$$

   a. Montrer que q est le produit de deux fonctions polynômes du premier degré.
   b. Donner la liste des entiers relatifs n tels que $(n+4)$ et $(4n-5)$ soient de signes contraires.
   Pour chacune de ces valeurs de n, quel est le signe de $q(n)$?
3. On considère la fonction rationnelle f définie par

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}.$$

   a. Quel est son domaine de définition, $\mathcal{D}$?
   b. x étant un réel appartenant à $\mathcal{D}$, montrer que

$$f(x) = \frac{x-2}{4x-5}.$$

   c. Résoudre, dans l'ensemble des réels, l'équation

$$\frac{x-2}{4x-5} = \frac{2}{7}.$$

   La solution trouvée vérifie-t-elle $f(x) = \dfrac{2}{7}$?

GÉOMÉTRIE

Dans un plan, muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points A et B définis par leurs coordonnées :

$$\text{A}(2\,;\,1) \qquad \text{et} \qquad \text{B}(-2\,;\,2).$$

1. Construire les points A′ et B′ tels que

$$\overrightarrow{\text{OA}'} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\text{OA}} \quad \text{et } \overrightarrow{\text{OB}'} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{\text{OB}}$$

et calculer leurs coordonnées.
Montrer que l'on a $\overrightarrow{\text{A}'\text{B}'} = -2\overrightarrow{\text{AB}}$.

En déduire une information sur les directions des vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{A}'\text{B}'}$.

2. Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [A′B′].
Montrer que les points O, I et J sont alignés.

3. Les droites (AB′) et (A′B) sont les représentations graphiques de deux fonctions affines.
Trouver ces fonctions, puis les coordonnées du point, C, commun aux deux droites.

4. Soit H le point projection orthogonale de A sur l'axe $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}\right)$ et t l'écart angulaire de l'angle $\widehat{\text{HOA}}$.
Calculer, au choix, $\cos t$ ou $\tan t$; à l'aide d'une table de valeurs numériques, donner une valeur approchée entière en degrés du nombre t.