

œ Brevet Groupe I juin 1978 œ

Algèbre

Partie A

On considère l'application polynôme f définie dans \mathbb{R} par

$$f(x) = (2x - 1)^2 - 8(x - 1).$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Montrer que ce polynôme est le carré d'un binôme du premier degré.
3. Déterminer les images par f des réels 0 , $\frac{3}{2}$ et 1 .
4. Résoudre dans l'ensemble des réels l'équation

$$f(x) = 4.$$

L'application F est-elle une bijection? Justifier la réponse.

Partie B

On considère l'application polynôme g définie dans \mathbb{R} par

$$g(x) = (4x^2 - 9) + (2x - 3).$$

1. Factoriser $g(x)$.
2. Résoudre dans l'ensemble des réels l'équation

$$f(x) - g(x) = 0.$$

Partie C

Soit h la fonction rationnelle définie dans \mathbb{R} par

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)},$$

f et g étant les applications définies précédemment.

1. Préciser l'ensemble de définition, \mathcal{D}_h , de la fonction h .
Le réel x étant élément de \mathcal{D}_h , simplifier $h(x)$. On trouvera $h(x) = \frac{2x - 3}{2x + 4}$.
2. Calculer $h(\sqrt{3})$; donner le résultat par un quotient de dénominateur entier.
3. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner un encadrement de $h(\sqrt{3})$, puis une valeur approchée à un centième près par défaut de ce nombre.

Géométrie

Le centimètre est pris pour unité de longueur.

Dans le plan euclidien muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère le point A de coordonnée $(-4; 2)$ et le vecteur \vec{u} défini par

$$\vec{u} = 7\vec{i} + 4\vec{j}.$$

1. On construit le point D, tel que $\overrightarrow{AD} = 2\vec{u}$.
Montrer que D a pour coordonnées $(+10; +10)$.
2. On place le point B de coordonnées $(-6; -14)$.
Calculer les coordonnées du point I, milieu de (B, D).
On appelle C le symétrique de A par rapport au point I.
Montrer que le quadruplet (A, B, C, D) est un parallélogramme, et que les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AD} sont égaux.
En déduire les coordonnées du point C.
3. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BD} sont orthogonaux.
Quel rôle la droite (BD) joue-t-elle pour le bipoint (A, C)?
Dire pourquoi le quadruplet (A, B, C, D) est un losange.
4. Démontrer l'égalité $BD = 2AC$.
5. On désigne par t l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{IDA} .
Calculer $\tan t$; en déduire la valeur approchée en degrés de t , à un degré près par défaut.