Groupe Est [1] juin 1999

PARTIE NUMÉRIQUE

Exercice 1

Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

$$A = \frac{5}{4} + \frac{1}{1}4 \times \frac{20}{33} \qquad B = \frac{5}{2} : \left(\frac{7}{4} + \frac{9}{2}\right).$$

Exercice 2

Calculer et donner le résultat en notation scientifique :

$$C = 15 \times \left(10^7\right)^2 \times 3 \times 10^{-5}.$$

Exercice 3

Calculer D et E et donner les résultats sous forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers avec b le plus petit possible :

$$D = 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75} \qquad E = \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 - 5.$$

Exercice 4

On considère l'expression :

$$F = (5x-3)(3x+2) - (5x-3)^2.$$

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F
3. Résoudre l'équation $(-2x+5)(5x-3) = 0$.

Exercice 5

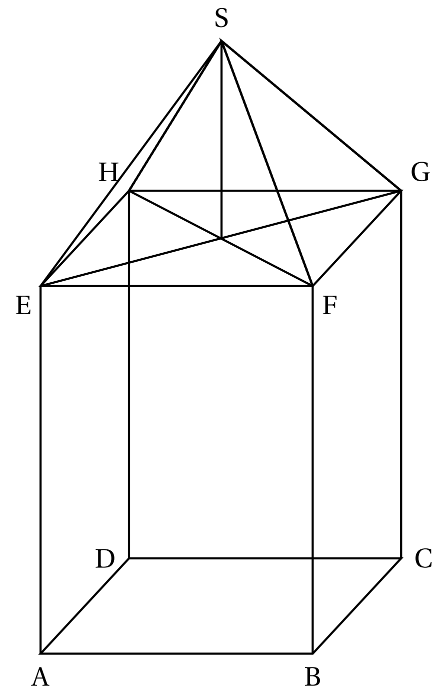
Pierre et Nathalie possèdent ensemble 144 timbres de collection.
Si Nathalie donnait 2 timbres à Pierre, alors celui-ci en aurait deux fois plus qu'elle.
Combien chaque enfant a-t-il de timbres actuellement ?

PARTIE GÉOMÉTRIQUE

Exercice 1

1. Besançon, Nancy-Metz, Reims, Strasbourg, Lyon, Dijon

Un pigeonnier est composé d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH et d'une pyramide SEFGH dont la hauteur [SO] mesure 3,1 m.
On sait que AB = 3 m, BC = 3,5 m et AE = 4 m.



1. Calculer la longueur BD et en déduire celle de BH.

   On donnera des valeurs approchées de ces résultats à 10^{-1} près.
2. Calculer en m^3 le volume V_1 de ce pigeonnier.
3. Un modéliste désire construire une maquette de ce pigeonnier à l'échelle $\frac{1}{24}$.

   Calculer en dm^3 le volume V_2 de la maquette.

   On donnera une valeur approchée de ce résultat à 10^{-3} près.

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O,I,J), unité 1 cm.

1. Placer les points A(-4 ; -1), B(4; 4) et C(2 ; -1).

   On complètera la figure au fur et à mesure de l'exercice.
2. Calculer les coordonnées du milieu K du segment [AC]. Déterminer l'équation de la droite (KB).

   Justifier que la droite (KB) passe par l'origine O du repère.
3. On considère le point H(4 ; -1). On admet que [BH] est la hauteur issue de B du triangle ABC.

   Calculer les distances AC et BH, puis en déduire l'aire du triangle ABC.
4. Calculer la distance AB.

   En déduire la longueur d de la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

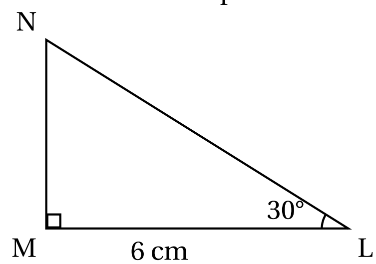
   On donnera une valeur approchée de d à 10^{-1} près.

PROBLÈME

Dans ce problème, vous pourrez utiliser les données du tableau suivant :

Mesure de l'angle en °	Cosinus	Sinus	Tangente
30	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
60	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$

On considère un triangle LMN rectangle en M tel que LM = 6 cm et $\widehat{\text{MLN}} = 30°$.
Reproduire la figure en vraie dimension et la compléter au fur et à mesure des questions.



1. Montrer que la valeur exacte de LN est $4\sqrt{3}$ cm.
2. Tracer le cercle (C) de diamètre [ML] ; il recoupe le segment [LN] en P.
   Quelle est la nature du triangle LMP ? Justifier.
3. Montrer que la valeur exacte de MP est 3 cm.
4. Montrer que la valeur exacte de LP est $3\sqrt{3}$ cm.
5. Tracer la droite perpendiculaire à (LN) passant par N ; elle coupe (LM) en R.
   Que peut-on en déduire pour les droites (RN) et (MP) ? Justifier.
6. Montrer que la valeur exacte de RN est 4 cm.
7. Calculer les aires des triangles MPL et RNL (on donnera les résultats sous leur forme exacte).
   Quelle est la nature du quadrilatère MPNR ?
   Calculer son aire.
8. Placer le point S symétrique de L par rapport à P et placer le point T image de S par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{ML}}$.
   Montrer que P est le milieu du segment [MT].