Brevet d'Études du Premier Cycle
Guyane juin 1954

ALGÈBRE

Soit un triangle ABC, rectangle en A, dont les côtés de l'angle droit ont pour mesures AB = 9 cm, AC = 12 cm.
Sur le côté [AB] on prend un point B′ tel que AB′ = 6 cm.
Par B′ on mène la parallèle à (BC), qui coupe (AC) en C′.

1. Calculer BC et AC′.
2. Sur le côté [AB′] on prend un point H ; on pose AH = x.
   La perpendiculaire en H à (AH) coupe (B′C′) en M.
   Soit [MK] la hauteur issue de M dans le triangle MAC.
   Calculer en fonction de x les aires y_1, y_2 des triangles MAC et MAB.
   Calculer l'aire y_3 du triangle MBC.
3. Peut-on trouver x de manière que les trois aires y_1, y_2 et y_3 soient égales ?
4. Représenter sur un même graphique les fonctions

$$y_1 = 6x, \qquad y_2 = 6(6-x), \qquad y_3 = 18.$$

   pour x variant de 0 à 6 cm.
   (unités : 1 cm sur Ox, $\dfrac{1}{3}$ cm sur Oy)
   Les lignes obtenues ont-elles un point commun ?
   Retrouver graphiquement le résultat du 3.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle ABC rectangle en B et dont l'angle $\widehat{A}$ mesure 60°.
Soit M un point variable du segment [AB].
On prend sur [AC] le point N tel que AN = AM.
La perpendiculaire à (MN) menée par le point N coupe (BC) en P.

1. Connaissant AB = a, calculer AC et BC.
2. Montrer que le quadrilatère MNPB est inscriptible dans un cercle, dont on précisera le centre O.
   Montrer que O se trouve sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ (on pourra prouver d'abord que (AO) est médiatrice de [MN]).
3. Montrer que le triangle NPC est isocèle et calculer, en fonction de a, le périmètre du quadrilatère MNPB.
4. Montrer que [NB] est le côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle de centre O.
   En conclure que le rapport $\dfrac{MP}{NB}$ des diagonaleS du quadrilatère MNPB a une valeur cons ante, que l'on calculera à 0,01 près.