

∞ Brevet Haute-Volta juin 1979 ∞

ALGÈBRE

Exercice 1

On considère la relation f de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ vers \mathbb{R} définie par

$$f : (x, y) \longmapsto f(x, y) = (x - y)^{-1}.$$

1. Calculer les images des couples suivants :

$$(-2; -5); \quad \left(0; -\frac{1}{4}\right); \quad \left(4; \frac{1}{4}\right); \quad \left(\frac{1}{4}; -\frac{2}{5}\right).$$

2. Cette relation est-elle une application? Justifier.
3. Trouver trois couples, de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, ayant pour image $\frac{1}{3}$.
4. Écrire en extension l'ensemble A suivant :

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, f(x, y) = \frac{1}{18} \text{ et } x + 2y = -3 \right\}.$$

Exercice 2

x et y étant deux nombres réels strictement positifs tels que $0 < x < y$, comparer :

$$\frac{1}{x} \text{ et } \frac{1}{y}; \quad xy \text{ et } y^2; \quad xy \text{ et } x^2; \quad \frac{x}{y} \text{ et } \frac{y}{x}.$$

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on place les points

$$A(-7; 3), \quad B(1; 7) \quad \text{et} \quad C(4; 1).$$

1. Démontrer que le triangle (A, B, C) est un triangle rectangle.
2. Calculer les coordonnées du centre I du cercle passant par les trois points A, B et C , et la mesure du rayon de ce cercle.
3. Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA}$.
4. Démontrer que le point M , milieu de (A, B) , est un élément de la droite (CD) .
5. Trouver une équation de la droite (AC) et en déduire les coordonnées du point P , intersection de l'axe des ordonnées avec la droite (AC) .
6. Soit x l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique \widehat{BAC} .
Déterminer $\tan x$ et encadrer par deux naturels consécutifs la mesure en degrés de x .

Les questions 1., 3., 5. et 6. sont indépendantes.