Brevet Istanbul juin 1979

Algèbre

1. On considère les applications f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par

$$\begin{array}{lcl} f: & x & \longmapsto & \left(x-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}+\left(x-\sqrt{3}\right)^2, \\ g: & x & \longmapsto & x^2+2x-\sqrt{3}(x+2). \end{array}$$

   Écrire chacun des réels $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit des deux facteurs dont l'un est $\left(x-\sqrt{3}\right)$.

2. Les fonctions rationnelles h et l, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, sont données par

$$\begin{array}{lcl} h(x) & = & \dfrac{f(x)}{g(x)} \\ l(x) & = & \dfrac{x}{x+2} \end{array}$$

   Quel est l'ensemble $\mathscr{D}$ des nombres réels x pour lesquels on peut écrire

$$h(x)=l(x)\ ?$$

   Calculer, s'ils existent, les réels $h\left(-\dfrac{5}{2}\right)$ et $h(-2)$.

3. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation

$$|l(x)|=1.$$

4. Dans un plan muni d'un repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, tracer les droites (D_1) et (D_2) admettant respectivement pour équation

$$\begin{array}{lcl} y & = & x, \\ y & = & -x, \\ y & = & x+2. \end{array}$$

   Tracer ces droites.
   Retrouver graphiquement le résultat de la question **3.**

Géométrie

1. Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points A, M, N et P, définis par

$$\overrightarrow{\text{OA}}=-3\vec{\imath}-4\vec{\jmath}, \qquad \overrightarrow{\text{OM}}=3\vec{\imath}+4\vec{\jmath}, \qquad \overrightarrow{\text{ON}}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}, \qquad \overrightarrow{\text{OP}}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}.$$

   et le point B, image de A par la symétrie de centre P.
   - **a.** Montrer que N est le milieu du bipoint (M, P).
   - **b.** Calculer les coordonnées de B. [On trouvera : (5 ; 0).]

2. Démontrer que le triangle (B, N, P) est rectangle isocèle.

3. Placer le point C, symétrique de B par rapport à N et le point D, symétrique de C par rapport à M.
   - **a.** Quelle est la nature du quadruplet (C, M, B, P) ?
   - **b.** Quelle est la nature du quadruplet (A, C, D, B) ?

4. L'unité étant le degré, on désigne par α l'écart angulaire de l'angle géométrique $\widehat{\text{BAC}}$.
   Quels sont les nombres α et $\cos\alpha$?